



НАЦИОНАЛЬНЫЙ БАНК КАЗАХСТАНА

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ DSGE МОДЕЛИ

Департамент денежно-кредитной политики

Экономическое исследование №2025-5

Рабочая статья

Адилханова З.

Андрусь Ю.

Экономические исследования Национального Банка Республики Казахстан (далее – НБРК) предназначены для распространения результатов исследований НБРК, а также других научно-исследовательских работ сотрудников НБРК. Экономические исследования распространяются для стимулирования дискуссий.

Мнения, высказанные в документе, выражают личную позицию автора и могут не совпадать с официальной позицией НБРК.

Оценка параметров для DSGE модели

Декабрь 2025

NBRK – WP – 2025 – 5

© National Bank of the Republic of Kazakhstan 2025. Все права сохранены. Краткие выжимки не более одного параграфа могут цитироваться без разрешения автора при наличии ссылки на источник.

ISSN: 2789-150X

Оценка параметров для DSGE модели

Адилханова Зарина¹

Андрусь Юлия²

Аннотация

Данная работа посвящена оценке параметров на микроуровне для их последующего использования при калибровке динамической стохастической модели общего равновесия (DSGE) для экономики Казахстана.

В рамках исследования произведена оценка ключевых структурных параметров, включая эластичность труда и капитала в выпуске, норму амортизации основного капитала, а также эластичность предложения труда по Фришу. Расчеты выполнены на основе микроданных предприятий за период с 2009 по 2024 годы с применением эконометрических методов.

Полученные результаты способствуют повышению реалистичности макроэкономических моделей, обеспечивают их согласованность с национальными данными и могут быть использованы для анализа реакции экономики на различные шоки и меры экономической политики.

Ключевые слова: эластичность капитала, эластичность труда, коэффициент амортизации, эластичность Фриша

Классификация JEL: E22, E23, E24, C51

¹ Адилханова Зарина – главный специалист-аналитик Управления макроэкономических исследований и прогнозирования Департамента денежно-кредитной политики Национального Банка Республики Казахстан.
E-mail: Zarina.Adilkhanova@nationalbank.kz

² Андрусь Юлия – главный специалист-аналитик Управления макроэкономических исследований и прогнозирования Департамента денежно-кредитной политики Национального Банка Республики Казахстан.
E-mail: Yuliya.Andrus@nationalbank.kz

Содержание

1. ОЦЕНКА ЭЛАСТИЧНОСТИ КАПИТАЛА И ТРУДА	5
1.1 Введение	5
1.2 Методология	5
1.3 Данные.....	6
1.4 Результаты	7
1.5 Выводы	8
2. ОЦЕНКА КОЭФФИЦИЕНТА АМОРТИЗАЦИИ ОСНОВНЫХ СРЕДСТВ.....	10
2.1. Введение	10
2.2. Методология	10
2.3. Данные.....	11
2.4. Переменные и их построение	11
2.5. Результаты	12
2.6. Альтернативный подход	13
2.7. Выводы	14
3. ОЦЕНКА ЭЛАСТИЧНОСТИ ФРИША	14
3.1. Введение	14
3.2. Методология	15
3.3. Данные.....	16
3.4. Результаты	18
3.5. Альтернативная оценка	19
3.5.1. Оценка с использованием средних значений на одного работника.....	19
3.5.2. Оценка эластичности Фриша с использованием численности занятых.....	20
3.6. Выводы	21
4. Список литературы.....	23
5. Приложение	24

1. ОЦЕНКА ЭЛАСТИЧНОСТИ КАПИТАЛА И ТРУДА

1.1 Введение

Оценка эластичности капитала и труда в совокупном выпуске является одним из ключевых этапов макроэкономического анализа. Эти параметры отражают распределение добавленной стоимости между факторами производства и позволяют понять структуру производственного процесса в экономике. Точные оценки эластичности капитала и труда необходимы для калибровки производственной функции в моделях общего равновесия (DSGE), поскольку от них напрямую зависят отклики выпуска, занятости и инвестиций на макроэкономические шоки.

Для Казахстана такая оценка особенно важна, учитывая структурную неоднородность экономики, высокую долю трудоемких отраслей и различия в капиталоемкости между секторами. Определение эмпирических параметров производственной функции обеспечивает более реалистичное представление о механизмах формирования выпуска и повышает точность прогнозов в рамках макроэкономических моделей.

В экономической литературе эластичность капитала и труда к выпуску традиционно оцениваются на основе агрегированных данных национальных счетов или микроданных предприятий, что позволяет сопоставлять результаты между странами и секторами. В данной работе используется второй подход, то есть оценка на основе микроданных предприятий Казахстана, что позволяет получить более точные оценки, отражающие реальные различия в производственной структуре экономики.

1.2 Методология

Производственная функция Кобба-Дугласа с постоянной отдачей от масштаба является базовой моделью в экономической теории для анализа вклада труда и капитала в выпуск. Одной из основных эмпирических задач является получение состоятельных оценок эластичности факторов производства.

Традиционные оценки методом наименьших квадратов подвержены смещению из-за эндогенности, поскольку фирмы выбирают объемы факторов, исходя из собственного уровня производительности. Чтобы устранить это смещение, в работе используется метод Wooldridge (2009), основанный на обобщенном методе моментов (GMM).

Этот подход является модификацией метода контрольных функций Olley and Pakes (1996) и обладает рядом преимуществ:

1. решает проблему идентификации, отмеченную Akerberg et al. (2006);
2. позволяет учесть гетероскедастичность и последовательную корреляцию (автокорреляцию) ошибок;
3. обеспечивает робастные стандартные ошибки.

Модель имеет следующий вид:

$$y_{it} = \alpha_0 + \alpha_l l_{it} + \alpha_k k_{it} + c_{it} \lambda + \varepsilon_{it},$$

y_{it} - выпуск,

l_{it} - труд (фонд заработной платы),

k_{it} - капитал (основные средства),

$c_{it} \lambda$ - аппроксимирующая функция, контролирующая ненаблюдаемую производительность,

ε_{it} - последовательность шоков, предполагаемая условно независимой от текущих и прошлых входных переменных.

В качестве инструментов используются лаги переменных капитала, труда и промежуточных затрат, а сама функция c_{it} представлена полиномом второго порядка от капитала и материальных затрат.

1.3 Данные

Для анализа использованы годовые данные по предприятиям малого, среднего и крупного бизнеса (формы 2-МП, 1-ПФ) за период 2009-2024 гг., предоставленные Бюро национальной статистики Агентства по стратегическому планированию и реформам Республики Казахстан. Из выборки исключены банки, страховые компании, образовательные и медицинские организации, а также общественные объединения.

Итоговый объем выборки составил 305793 наблюдений за весь период.

Денежные показатели приведены к реальному выражению с использованием соответствующих дефляторов. Из выборки исключаются наблюдения с пропущенными, нулевыми или отрицательными значениями ключевых переменных.

Таблица 1.1. Распределение наблюдений по секторам (2009-2024 годы)

Сектор	Количество наблюдений	Доля, %
Сельское хозяйство	27 492	8,99
Горнодобывающая промышленность	21 924	7,17
Обрабатывающая промышленность	37 657	12,31
Строительство	31 602	10,33
Услуги	187 118	61,19
Итого	305 793	100

Источник: БНС АСПИР

Таблица 1.2. Распределение наблюдений по годам (2009-2024 годы)

Год	Кол-во наблюдений	Доля, %
2009	17 878	5,85
2010	22 563	7,38
2011	15 490	5,07
2012	15 174	4,96

2013	20 510	6,71
2014	21 315	6,97
2015	20 901	6,84
2016	22 938	7,50
2017	23 173	7,58
2018	21 319	6,97
2019	19 407	6,35
2020	17 335	5,67
2021	17 258	5,64
2022	17 910	5,86
2023	15 362	5,02
2024	17 260	5,64
Всего	305 793	100

Источник: БНС АСПИР

Таблица 1.3. Описательная статистика логарифмированных переменных (2009-2024 годы)

Переменная	Кол-во наблюдений	Среднее значение	Ст. отклонение	Минимум	Максимум
Логарифм выпуска	305 793	10,58	2,36	2,20	18,34
Логарифм капитала	305 793	9,07	3,08	-1,16	18,30
Логарифм фонда заработной платы	305 793	9,41	2,00	4,08	16,33
Логарифм материальных затрат	261 041	9,32	2,83	1,35	17,66

Источник: БНС АСПИР

1.4 Результаты

Оценка производственной функции Кобба-Дугласа с использованием подхода Wooldridge (2009) проведена на объединенной выборке малых, средних и крупных фирм Казахстана за 2009-2024 годы. Результаты представлены в таблице 1.4.

Таблица 1.4. Эластичность труда и капитала для фирм в Казахстане, 2009-2024 годы

Сектор	Эластичность труда	Эластичность капитала	Pseudo R ²	N (кол-во наблюдений)
Все сектора	0,71***	0,29***	0,718	152973
Сельское хозяйство	0,50***	0,50***	0,759	17382
Горнодобывающая промышленность	0,69***	0,31***	0,805	9732
Обрабатывающая промышленность	0,55***	0,45***	0,846	21634
Строительство	0,58***	0,42***	0,761	14487
Услуги	0,78***	0,22***	0,656	86791

Примечание: *** обозначает статистическую значимость на уровне 1%.

Полученные оценки показывают, что труд остается доминирующим фактором производства в экономике Казахстана, что согласуется с ее структурой, где значительная доля приходится на трудоемкие виды деятельности, такие как услуги. В целом, эластичность труда в выпуске по совокупной экономике составляет около 0,71, тогда как эластичность капитала около 0,29.

Наибольшие значения эластичности труда наблюдаются в секторе услуг (0,78) и горнодобывающей промышленности (0,69), тогда как наименьшие в обрабатывающей промышленности (0,55) и сельском хозяйстве (0,50).

Такое распределение отражает различия в производственных структурах отраслей:

- в сфере услуг высокая доля заработной платы связана с преобладанием человеческого капитала и меньшей капиталоемкостью;
- в обрабатывающей промышленности и строительстве значительная эластичность капитала обусловлена необходимостью инвестиций в оборудование и основные средства;
- сельское хозяйство демонстрирует относительно сбалансированное соотношение факторов, что типично для сектора с высоким разнообразием технологий и форм собственности.

Полученные оценки эластичности труда и капитала находятся в диапазоне, характерном для эмпирических исследований, основанных на производственной функции Кобба-Дугласа. Согласно международной литературе, эластичность капитала в совокупном выпуске обычно составляет около 0,30-0,35 как для развитых и развивающихся экономик (Adolfson et al., 2007; Dai et al., 2015; International Monetary Fund, 2016; Bhattarai & Trzeciakiewicz, 2017; Andreyev, 2020; Chen et al., 2023). Таким образом, полученные результаты согласуются с существующими оценками и подтверждают адекватность используемого подхода для калибровки параметров DSGE-модели.

Для проверки робастности результатов была проведена оценка эластичности труда и капитала на нескольких выборках: отдельно для средних и крупных предприятий, а также для малых предприятий. В случае малых предприятий, ввиду наличия данных по численности работников, дополнительно выполнен альтернативный расчет эластичности труда на основе количества сотрудников вместо фонда заработной платы. Все результаты представлены в Приложении (Таблицы 1А-3А) и в целом подтверждают устойчивость полученных оценок по основным секторам экономики.

1.5 Выводы

Результаты оценки производственной функции Кобба-Дугласа по методологии Wooldridge (2009) показали, что в экономике Казахстана за период

2009-2024 годов труд остается основным фактором производства: его средняя эластичность в выпуске составляет около 0,71, тогда как эластичность капитала равна 0,29. Это отражает преобладание трудоемких отраслей, в частности сферы услуг, в структуре экономики страны.

Межотраслевые различия подтверждают наличие структурной неоднородности: в секторе услуг эластичность труда достигает 0,78, тогда как в обрабатывающей промышленности и сельском хозяйстве эластичность капитала выше – около 0,45-0,50. Такие результаты согласуются с характером технологического развития и степенью капиталоемкости отраслей.

Таким образом, полученные оценки подтверждают, что экономический рост Казахстана во многом опирается на трудовой фактор, при этом повышение производительности и технологическое обновление капитала остаются ключевыми направлениями для укрепления потенциала роста.

2. ОЦЕНКА КОЭФФИЦИЕНТА АМОРТИЗАЦИИ ОСНОВНЫХ СРЕДСТВ

2.1. Введение

Коэффициент амортизации отражает скорость обесценения и выбытия основного капитала, определяя, как быстро физические активы теряют свою производительную ценность. Точная оценка этого параметра необходима для моделирования динамики капитала и инвестиций в макроэкономических моделях, включая DSGE, где амортизация влияет на устойчивость равновесия и реакцию экономики на различные шоки.

Для Казахстана анализ коэффициента амортизации имеет прикладное значение, поскольку структура основного капитала отличается высокой долей оборудования и зданий, приобретенных в разные периоды инвестиционных циклов. Это определяет неоднородность темпов физического и морального износа активов, а также чувствительность инвестиционной активности к макроэкономическим условиям.

В литературе коэффициент амортизации часто оцениваются через агрегированные данные национальных счетов. Однако использование микроданных предприятий позволяет получить более точные оценки.

Цель данного раздела оценить средний коэффициент амортизации основного капитала в экономике Казахстана на основе статистических данных предприятий. Полученные результаты будут использованы при калибровке DSGE для повышения реалистичности моделирования динамики инвестиций и капитала.

2.2. Методология

Для оценки коэффициента амортизации основного капитала малых предприятий используется метод постоянной инвентаризации (Perpetual Inventory Method, PIM), который является стандартным инструментом анализа динамики накопления и износа капитала. Эволюция капитальных активов описывается следующим уравнением:

$$K_t = (1 - \delta)K_{t-1} + I_t,$$

где K_t - запас основного капитала в период t , I_t - инвестиции в основной капитал, δ - норма амортизации.

Следуя подходу Schündeln (2013), уравнение преобразуется в логарифмическую форму, пригодную для эконометрической оценки:

$$\log(K_t - I_t) - \log(K_{t-1}) = \log(1 - \delta) + \varepsilon_t,$$

где ε_t - случайная ошибка.

Параметр $\log(1 - \delta)$ оценивается с помощью метода наименьших квадратов (pooled OLS) и модели с фиксированными эффектами (FE). Для контроля неоднородности по годам и видам экономической деятельности, а

также для снижения влияния возможных ошибок измерения, в модель вводятся временные, отраслевые и региональные фиктивные переменные:

$$\log(K_{it} - I_{it}) - \log(K_{it-1}) = c + year_i + industry_{it} + location_{it} + \varepsilon_{it}$$

где $year_i$, $industry_{it}$ и $location_{it}$ - временные, отраслевые и региональные фиксированные эффекты; а константа $c = \log(1 - \delta)$.

После оценки константы c норма амортизации рассчитывается по формуле:

$$\delta = 1 - \exp(c)$$

Такой подход позволяет сравнить динамику амортизации основного капитала между различными секторами и временными периодами, а также выявить структурные особенности малых предприятий в части интенсивности использования и обновления капитальных активов.

2.3. Данные

Для анализа используются данные малых предприятий Казахстана, полученных из Бюро национальной статистики Республики Казахстан. Основным источником является форма «2-МП» по хозяйственной деятельности малых предприятий, охватывающая период 2009-2024 гг.

Данные включают следующую информацию:

- Основные средства (K_t) - стоимость основных фондов на конец года;
- Инвестиции (I_t) - капитальные вложения в приобретение и модернизацию основных средств за год;
- Отраслевая и региональная принадлежности.

В выборку включены только малые предприятия, определяемые согласно национальным критериям (например, численность работников менее 100 человек). Из данных исключены пропущенные и некорректные значения, а все стоимостные показатели приведены к постоянным ценам для обеспечения сопоставимости по годам.

2.4. Переменные и их построение

Таблица 2.1. Используемые переменные

Переменная	Обозначение	Определение	Ед. измерения
Основные средства	K_t	Стоимость основных фондов на конец года	тыс. тенге, в постоянных ценах
Инвестиции	I_t	Годовые вложения в основные средства	тыс. тенге, в постоянных ценах
Отраслевые фиктивные переменные	industry	Сельское хозяйство, промышленность, услуги и др.	категориальная
Временные фиктивные переменные	year	Годовые эффекты	категориальная
Региональные	location	Контроль местоположения	категориальная

фиктивные переменные			
-------------------------	--	--	--

Все денежные показатели дефлируются с использованием дефлятора валового накопления основного капитала. Наблюдения, в которых $K_t - I_t \leq 0$, исключаются, чтобы избежать логарифмирования отрицательных или нулевых значений. Также все количественные переменные были предварительно винсоризированы на уровнях 1-го и 99-го перцентилей для снижения влияния выбросов.

2.5. Результаты

Таблица 2.2. Результаты регрессии

Переменная	$\log(K_{it} - I_{it}) - \log(K_{it-1})$	$\log(K_{it} - I_{it})$
Константа	-0,148*** (0,0097)	-0,209*** (0,028)
K_{it-1}	-	1,008 (0,001)
Фиксированные эффекты по годам	Нет	Да
Фиксированные эффекты по секторам	Нет	Да
Фиксированные эффекты по регионам	Нет	Да
Наблюдения	298946	227750
R	0,000	0,9217

Источник: расчеты авторов

Примечание: в скобках указаны стандартные ошибки.

***- статистическая значимость на уровне 1%.

Во второй регрессии переменная K_{t-1} отражает стоимость основного капитала на начало периода, в первой - лаг основного капитала.

Оцененные результаты модели представлены в таблице 2.2 и показывают, что коэффициент амортизации составляет 13,5% (рассчитано как $1 - e^{-0,148} = 0,135$) по методу OLS.

После добавления фиктивных переменных (например, по годам, секторам или фирмам) оцененная норма амортизации увеличивается до 18,8% ($1 - e^{-0,209} = 0,188$). Это означает, что в среднем капитал предприятий обесценивается примерно на 13,5-18,8% в год. Более высокая оценка после включения фиктивных переменных указывает на то, что учет индивидуальных эффектов позволяет лучше уловить фактический износ капитала, который без них занижался.

Дополнительно стоит отметить, что в исследовании Adilkhanova (2020) на основе микроданных по предприятиям за 2015-2018 годы (форма №11, около 10000 средних и крупных компаний, всего 32234 наблюдения) была получена несколько иная оценка нормы амортизации. Согласно результатам, норма

амортизации составляла 8,3% при использовании модели со случайными эффектами. После добавления фиктивных переменных по отраслям значения нормы амортизации варьировались от 7,2% в секторе услуг до 10,9% в сельском хозяйстве и 15,3% в строительстве, что отражало структурные различия между секторами экономики.

В настоящем исследовании использована выборка по малым предприятиям, охватывающая значительно больший период и круг предприятий. Различия в оценках частично объясняются именно этим расширением данных. По мере получения новых микроданных предполагается проведение переоценки нормы амортизации для обеспечения сопоставимости результатов и их дальнейшего использования в DSGE-моделях Казахстана.

2.6. Альтернативный подход

Для дополнительной проверки устойчивости результатов коэффициент амортизации для каждого предприятия i в год t был рассчитан напрямую, как отношение начисленной амортизации к стоимости основных средств в конце периода:

$$\delta_{it} = \frac{\text{амортизация}_{it}}{\text{основной капитал}_{it}}$$

Перед расчетом все стоимостные величины были приведены к реальным ценам базового года, а затем подвергнуты винсоризации на уровне 1-99% для устранения экстремальных выбросов и ошибок учета. Наблюдения с $\delta_{it} > 1$ исключались как экономически неинтерпретируемые, поскольку амортизация не может превышать 100% стоимости актива в год.

Затем, коэффициент амортизации контролируется на неоднородность фирм:

$$\delta_{it} = c + \alpha_i + \text{year}_{it} + \text{industry}_{it} + \text{location}_{it} + \epsilon_{it}$$

где δ_{it} - коэффициент амортизации,

c - константа,

α_i - фиксированные эффекты,

year_{it} , industry_{it} и location_{it} - временные, отраслевые и региональные фиксированные эффекты,

ϵ_{it} - случайная ошибка.

Таблица 2.3. Результаты регрессии с фиксированными эффектами

	OLS	Fixed effects
Константа	0,153*** (0,007)	0,227*** (0,026)
Фиксированные эффекты по годам	Да	Да
Фиксированные эффекты по секторам	Да	Да
Фиксированные эффекты по регионам	Да	Да
Фиксированные эффекты по фирмам	Нет	Да

Наблюдения	206393	206393
------------	--------	--------

Источник: расчеты авторов

Примечание: в скобках указаны стандартные ошибки.

*** - статистическая значимость на уровне 1%.

Результаты регрессии показывают, что средний уровень амортизации основных средств составляет около 15,3% по методу OLS и 22,7% при учете фиксированных эффектов по фирмам. Увеличение коэффициента после включения индивидуальных эффектов свидетельствует о наличии значительных различий в темпах износа капитала между предприятиями.

2.7. Выводы

Проведенная оценка коэффициента амортизации основных средств на данных малых предприятий Казахстана позволила количественно определить уровень физического износа капитала и выявить его структурные особенности. Использование метода постоянной инвентаризации (PIM) показало, что средняя годовая норма амортизации составляет 13,5-18,8%. Это значение отражает более интенсивное использование основных фондов в секторе малых предприятий по сравнению с ранее полученными результатами для средних и крупных компаний.

Для проверки устойчивости оценок был применен альтернативный подход, основанный на расчете индивидуальных коэффициентов амортизации по предприятиям. Результаты этой модели подтвердили основные выводы: средний уровень амортизации составляет около 15,3% при использовании OLS и повышается до 22,7% при учете фиксированных эффектов по фирмам. Это указывает на наличие значительной гетерогенности между предприятиями, обусловленной различиями в капиталоемкости, возрастной структуре оборудования и отраслевой специфике.

Сравнение с предыдущими оценками (Adilkhanova, 2020) показывает, что нормы амортизации, рассчитанные для средних и крупных предприятий, были существенно ниже – в диапазоне 7-15% в зависимости от сектора. Полученные в настоящей работе более высокие значения могут объясняться как отличиями в выборке, так и расширением временного охвата данных. Следует отметить, что в большинстве DSGE-моделей в качестве стандартного параметра используется норма амортизации порядка 10% в год (Christiano et al., 2005; Altig et al., 2005; Smets and Wouters, 2007), что согласуется с принятыми в литературе предположениями.

В дальнейшем планируется обновление оценок по мере расширения базы микроданных.

3. ОЦЕНКА ЭЛАСТИЧНОСТИ ФРИША

3.1. Введение

Эластичность Фриша (Frisch elasticity of labor supply) - это параметр макроэкономических моделей, характеризующий чувствительность предложения труда домохозяйств к изменению заработной платы при постоянной предельной полезности дохода. Параметр отражает то, насколько работники склонны изменять объем отработанного времени в ответ на изменения вознаграждения за труд при прочих равных условиях.

В контексте моделей общего равновесия (DSGE) эластичность Фриша является элементом функции полезности домохозяйств, через который определяется их поведение на рынке труда. Параметр формирует взаимосвязь между заработной платой и предпочтениями между трудом и досугом, описывая чистый эффект замещения: когда заработная плата растет, труд становится относительно более выгодным по сравнению с досугом, и домохозяйства увеличивают предложение труда.

Оценка этого параметра позволяет количественно оценить, насколько гибко население реагирует на шоки, которые приводят к изменению заработной платы. Учет особенностей казахстанского рынка труда повышает реалистичность результатов моделей, использующий данный параметр.

3.2. Методология

Эластичность Фриша отражает реакцию предложения труда на предсказуемые изменения заработной платы при неизменной предельной полезности дохода. Для корректного измерения этого параметра необходимо выделить чистый эффект замещения, то есть реакцию работников, когда часы труда становятся относительно выгоднее по сравнению с часами досуга.

Наблюдаемое изменение заработной платы включает как предсказуемую, так и непредсказуемую составляющие. Неожиданные изменения вызывают не только эффект замещения, но и эффект дохода: внезапное повышение зарплаты делает человека богаче и может уменьшить его желание работать. Предсказуемые изменения уже учтены в ожиданиях, поэтому не влияют на ощущение богатства и отражают только стимул к труду. Задача оценки эластичности Фриша – изолировать именно этот компонент реакции.

Однако при стандартной оценке методом OLS может возникать смещение оценок. Оно обусловлено тем, что непредсказуемые шоки заработной платы коррелируют с ошибкой уравнения предложения труда: работники могут изменить отработанные часы в ответ именно на внезапное изменение дохода. В данном случае одно из главных предположений OLS нарушается.

Кроме того, в литературе (Altonji, 1986) также отмечается, что при использовании почасовых данных заработной платы может возникать смещение знаменателя (denominator bias): если заработная плата рассчитывается как отношение заработка к отработанным часам, ошибки измерения часов приводят к искусственной отрицательной зависимости между заработной платой и

количеством труда. В результате OLS-оценки эластичности оказываются заниженными и неинтерпретируемыми в соответствии с теорией. В базовой спецификации будут использоваться агрегированные показатели (общий фонд заработной платы и общий объем отработанных часов), что снижает вероятность такого смещения.

Чтобы устранить источники эндогенности, в оценке использованы инструментальные переменные. Инструмент должен быть связан с изменением заработной платы, но не коррелировать с непредсказуемыми шоками, влияющими на предложение труда. Следуя классическому подходу MaCurdy (1981) и Altonji (1986), в качестве инструмента применяется лаг изменения заработной платы, который отражает ее предсказуемую часть. При использовании этого инструмента текущая динамика заработной платы связана с ее предыдущими изменениями, но при этом не зависит от краткосрочных шоков, влияющих на труд в текущем периоде.

Эмпирическая спецификация строится на панельных данных и оценивается с помощью фиксированных эффектов, что позволяет учесть неизменные во времени особенности фирм и их работников (производительность, сектор, организационная структура). Базовое уравнение имеет следующий вид в соответствии с методологией, представленной в MaCurdy (1981) и Altonji (1986):

$$\Delta \ln(h_{it}) = \alpha + \beta \Delta \ln(w_{it}) + \gamma \Delta \ln(y_{it}) + \lambda_{it} + u_{it},$$

где $\Delta \ln(h_{it})$ - процентное изменение отработанных часов (предложение труда),

$\Delta \ln(w_{it})$ - процентное изменение заработной платы,

$\Delta \ln(y_{it})$ - изменение выпуска (контролирует спрос фирмы на труд),

λ_{it} - вектор фиктивных (дамми) переменных (годовые, отраслевые, региональные),

u_{it} - ошибка.

Чтобы исключить эндогенность $\Delta \ln(w_{it})$, переменная инструментруется лагом заработной платы $\Delta \ln(w_{i,t-1})$.

Оценка в соответствии с базовой спецификацией проводится с фиксированными эффектами с кластеризацией стандартных ошибок по идентификатору фирмы. Получаемый коэффициент при инструментированной переменной заработной платы (β) интерпретируется как оценка эластичности Фриша, отражающая поведенческую реакцию предложения труда на предсказуемое изменение заработной платы.

3.3. Данные

Эмпирическая оценка построена на годовых данных формы 2-МП «Отчет о деятельности малого предприятия», охватывающих период с 2009 по 2024 годы. В выборку включены все малые предприятия (с численностью работников менее

100 человек) за исключением банков, страховых компаний, образовательных и медицинских организаций, а также общественных объединений.

В анализе используются переменные в разностях (дифференсах), а также лаг дифференсированной переменной заработной платы в качестве инструмента. Так как для вычисления разностей и лагов требуются наблюдения как минимум за три последовательных года, фактически оценка строится на результатах опроса с 2011 года.

Перед проведением анализа все количественные переменные были подвержены винсоризации на 1-м и 99-м перцентилях. Это позволяет снизить влияние экстремальных наблюдений, которые могут возникать из-за ошибок отчетности или единичных аномальных значений (например, резких скачков фонда заработной платы). Применение винсоризации позволяет сохранить все наблюдения в выборке, при этом ограничивая влияние выбросов на оценки коэффициентов и повышая устойчивость результатов.

Все стоимостные переменные приведены в реальное выражение.

Общее количество использованных наблюдений составляет 164606. Следует отметить, что использование разностей существенно сокращает размер выборки по сравнению с исходной панелью, так как включает только те предприятия, которые наблюдались в выборке не менее трех лет подряд. Для малых предприятий это может быть важно, так как часть из них прекращает деятельность раньше или переходит в категорию средних и крупных предприятий.

Для проверки устойчивости результатов также приводится альтернативная оценка без дифференцирования переменных, основанная на уровне показателей.

Таблица 3.1. Используемые переменные

Переменная	Обозначение	Среднее значение	Стандартное отклонение	Минимум	Максимум
Количество человеко-часов	h_{it}	35163,93	42851,57	32	187404
Фонд заработной платы (в тысячах тенге)	w_{it}	15285,33	26858,3	44,58	149017,9
Выпуск (в тысячах тенге)	y_{it}	75914,87	180174,2	0	1136310
Временные дамми-переменные	$year_{it}$	<i>categorical</i>	<i>categorical</i>	2009	2024
Региональные дамми-переменные (код региона)	$region_{it}$	<i>categorical</i>	<i>categorical</i>	11	75
Отраслевые	$sector_{it}$	<i>categorical</i>	<i>categorical</i>	1	20

дамми-переменные					
------------------	--	--	--	--	--

В целом, включение региональных и отраслевых фиктивных переменных не является необходимым, так как постоянные характеристики предприятий, связанные с их отраслевой принадлежностью или региональным расположением, уже учитываются через фиксированные эффекты. Фиксированные эффекты устраняют влияние всех факторов, неизменных во времени для каждой фирмы, таких как особенности отрасли или институциональные различия между регионами. Тем не менее, предприятие может менять отрасль или регион регистрации в течение периода наблюдения, поэтому региональные и отраслевые переменные включены в спецификации уравнений. Временные фиктивные переменные также включаются, так как они позволяют учесть макроэкономические шоки, одинаково воздействующие на все предприятия.

3.4. Результаты

В таблице 3.2 представлены результаты оценки эластичности Фриша.

Таблица 3.2. Результаты

	(1) $D. \ln(h_{it})$	(2) $\ln(h_{it})$
(1) $D. \ln(w_{it})$; (2) $\ln(w_{it})$	0,572*** (0,012)	0,673*** (0,005)
(1) $D. \ln(y_{it})$; (2) $\ln(y_{it})$	0,035*** (0,0045)	0,032*** (0,003)
Временные эффекты	Да***	Да***
Отраслевые эффекты	Да	Да
Региональные эффекты	Да	Да
Константа	0,083 (0,138)	40,13*** (0,092)
R^2 (between)	0,23	0,71
R^2 (overall)	0,11	0,64

Источник: расчеты авторов

Примечание: в скобках указаны стандартные ошибки.

***- статистическая значимость на уровне 1%.

Во второй колонке таблицы представлены результаты вычисления в уровнях.

В первом столбце таблицы представлены результаты оценки при базовой спецификации, где все стоимостные переменные дифференцированы. Результаты отражают внутрифирменные изменения и показывают реакцию количества отработанных человеко-часов за год внутри каждой фирмы на изменения заработной платы и выпуска во времени при прочих равных условиях.

При увеличении заработной платы на 10% количество отработанных часов растет в среднем на 5,7%. Коэффициент при изменении выпуска также положителен и статистически значим, что контролирует изменения в размерности предприятия. Временные фиктивные переменные также

статистически значимы, что говорит о наличии общих макроэкономических шоков, влияющих на все предприятия в отдельные годы.

Для проверки устойчивости результатов была проведена дополнительная оценка с включением кросс-эффектов (взаимодействий между временными и отраслевыми переменными для контролирования отдельных шоков по отраслям). Полученные коэффициенты не изменились, что также подтверждает стабильность оценок.

Во втором столбце приведены результаты оценки в уровнях переменных для проверки устойчивости. Сравнение двух спецификаций показывает, что знак и значимость коэффициентов сохраняются, однако их величина несколько различается. Модель в разностях может отражать краткосрочную реакцию предложения труда на изменения заработной платы и выпуска, то есть адаптацию предприятий и работников к текущим экономическим условиям в том же периоде. Модель в уровнях с фиксированными эффектами описывает внутрифирменную зависимость между заработной платой и занятостью, которая может формироваться с течением времени.

Таким образом, оценки в уровнях можно интерпретировать как приближение к долгосрочной эластичности. Совпадение знаков и близость порядков величин коэффициентов подтверждают устойчивость результатов и согласованность оценок с теоретическими ожиданиями.

3.5. Альтернативная оценка

3.5.1. Оценка с использованием средних значений на одного работника

В данной секции будет оценена спецификация в расчете на одного работника. Такой подход позволяет сфокусироваться на интенсивности труда, то есть на том, как изменяются средние часы работы на одного занятого работника. В данной спецификации все переменные (часы работы, фонд заработной платы и выпуск) нормируются на фактическое количество работников, а не на списочную численность. Использование фактического показателя является более обоснованным, так как списочная численность включает работников, временно отсутствующих на рабочем месте (находящихся в отпуске, декретном отпуске или отпуске без содержания) и, следовательно, не отражает реальный объем вовлеченного труда.

Коэффициенты в этой модели отражают реакцию среднего работника на изменение заработной платы и выпуска, тогда как базовая спецификация характеризует совокупный отклик в экономике.

Таблица 3.3. Результаты

	(1) $D. \ln(h_{it}/workers_{it})$	(2) $\ln(h_{it}/workers_{it})$
(2) $D. \ln(w_{it}); (2) \ln(w_{it})$	0,282***	0,280***

	(0,013)	(0,0068)
(2) $D. \ln(y_{it}); (2) \ln(y_{it})$	0,029*** (0,003)	0,021*** (0,002)
Временные эффекты	Да	Да***
Отраслевые эффекты	Да	Да
Региональные эффекты	Да	Да
Константа	0,151 (0,105)	50,82*** (0,076)
R^2 (between)	0,01	0,054
R^2 (overall)	0,01	0,030

Источник: расчеты авторов

Примечание: в скобках указаны стандартные ошибки.

***- статистическая значимость на уровне 1%.

Во второй колонке таблицы представлены результаты вычисления в уровнях.

В таблице 3.3 представлены результаты оценки в расчете на одного работника, что позволяет проанализировать, как изменяются средние часы одного работника при колебаниях средней заработной платы.

В первом столбце приведены результаты модели в разностях. Коэффициент при изменении заработной платы на одного работника означает, что при увеличении заработной платы на одного работника на 10% средние отработанные часы на работника возрастают примерно на 2,8%. Таким образом, положительный и статистически значимый коэффициент подтверждает наличие положительной реакции трудовой интенсивности на рост предсказуемой заработной платы, то есть сохранение положительного эффекта замещения при контроле за размером предприятия.

Во второй колонке представлена оценка в уровнях. Знаки и порядок величины сохраняются, что говорит об устойчивости оценок.

Величины коэффициентов в расчете на одного работника ниже, чем в базовой спецификации модели, что в целом согласуется с интерпретацией коэффициентов: часть совокупного отклика предложения труда происходит через изменение численности работников, а не через изменение часов уже занятых. Это подтверждает, что реакция индивидуального работника на изменение заработной платы существует, но она более умеренная, чем реакция предложения труда в целом.

3.5.2. Оценка эластичности Фриша с использованием численности занятых

Спецификация, в которой зависимая переменная - это фактическое количество работников, позволяет оценить, как изменения ожидаемой заработной платы влияют на решения людей присоединиться к занятости или выйти из нее. Иными словами, она показывает, насколько рост ожидаемой заработной платы стимулирует вовлечение дополнительной рабочей силы.

В таблице 3.4 представлены результаты оценки эластичности Фриша, где в качестве зависимой переменной используется логарифм фактического количества работников.

В первой колонке приведены результаты модели в разностях. Результаты демонстрируют, что увеличение заработной платы на 10% приводит к росту числа работников примерно на 4,7%.

Таблица 3.4. Результаты

	(1) $D. \ln(h_{it}/workers_{it})$	(2) $\ln(h_{it}/workers_{it})$
(1) $D. \ln(w_{it});$ (2) $\ln(w_{it})$	0,47*** (0,007)	0,59*** (0,004)
(1) $D. \ln(y_{it});$ (2) $\ln(y_{it})$	0,010*** (0,001)	0,015*** (0,001)
Временные эффекты	Да	Да***
Отраслевые эффекты	Да	Да
Региональные эффекты	Да	Да
Константа	-0,009 (0,0068)	-20,61*** (0,064)
R^2 (between)	0,08	0,83
R^2 (overall)	0,43	0,83

Источник: расчеты авторов

Примечание: в скобках указаны стандартные ошибки.

***- статистическая значимость на уровне 1%.

Во второй колонке таблицы представлены результаты вычисления в уровнях.

Во втором столбце представлены результаты альтернативной оценки в уровнях переменных. Коэффициент при заработной плате несколько выше краткосрочной оценки и свидетельствует о том, что в более долгосрочном периоде рост заработной платы ассоциируется с более сильным эффектом на занятость.

В целом, полученные оценки согласуются с теоретическими ожиданиями: положительная и значимая связь между заработной платой и занятостью подтверждает действие эффекта замещения.

3.6. Выводы

Результаты оценок подтверждают наличие положительной реакции предложения труда на предсказуемые изменения заработной платы, что соответствует теоретическим ожиданиям. Полученные результаты по различным спецификациям согласуются с диапазоном оценок, характерным для микроданных (MacCurdy, 1981; Altonji, 1986). Аналогичные значения эластичности предложения труда Фриша (около 0.5) используются в

современных DSGE-моделях различных стран (Smets and Wouters, 2007; Chen et al., 2023; Fernández-Villaverde et al., 2015).

Сравнение с исследованием Adilkhanova (2020) оценки для малых предприятий ниже, чем для средних и крупных фирм. Это может отражать меньшую гибкость трудового предложения на малых предприятиях, где занятость менее чувствительна к изменению заработной платы. Кроме того, различия во временном охвате могут отражать структурные изменения на рынке труда.

Обновление оценок будет проведено по мере получения дополнительных данных.

4. Список литературы

- Akerberg, D., Caves, K., & Frazer, G. (2006). Structural identification of production functions.
- Adolfson, M., Laséen, S., Lindé, J., & Villani, M. (2007). Bayesian estimation of an open economy DSGE model with incomplete pass-through. *Journal of International Economics*, 72(2), 481-511.
- Adilkhanova, Zarina. *Microlevel analyses of DSGE model parameters: Evidence from Kazakhstan*. No. 2. NAC Analytica, Nazarbayev University, 2020.
- Altig, D., Christiano, L., Eichenbaum, M. S., & Linde, J. (2005). Firm-specific capital, nominal rigidities and the business cycle.
- Altonji, J. G. (1986). Intertemporal substitution in labor supply: Evidence from micro data. *Journal of Political Economy*, 94 (3, Part 2), S176-S215.
- Andreyev, M. (2020). Adding a fiscal rule into a DSGE model: How much does it change the forecasts. *Bank Russ*, 64, 54.
- Bhattarai, K., & Trzeciakiewicz, D. (2017). Macroeconomic impacts of fiscal policy shocks in the UK: A DSGE analysis. *Economic Modelling*, 61, 321-338.
- Chen, K., Kolasa, M., Lindé, J., Wang, H., Zabczyk, P., & Zhou, M. J. (2023). *An Estimated DSGE Model for Integrated Policy Analysis*. International Monetary Fund.
- Christiano, L. J., Eichenbaum, M., & Evans, C. L. (2005). Nominal rigidities and the dynamic effects of a shock to monetary policy. *Journal of political Economy*, 113(1), 1-45.
- Dai, L., Minford, P., & Zhou, P. (2015). A DSGE model of China. *Applied Economics*, 47(59), 6438-6460.
- Fernández-Villaverde, J., Guerrón-Quintana, P., Kuester, K., & Rubio-Ramírez, J. (2015). Fiscal volatility shocks and economic activity. *American Economic Review*, 105(11), 3352-3384.
- International Monetary Fund. European Dept. "Montenegro: Selected Issues", *IMF Staff Country Reports* 2016, 080 (2016), accessed 11/11/2025
- Olley, S., & Pakes, A. (1996). *Dynamic behavioral responses in longitudinal data sets: Productivity in telecommunications equipment industry*. University of Pennsylvania, Philadelphia, PA.
- MaCurdy, T. E. (1981). An empirical model of labor supply in a life-cycle setting. *Journal of political Economy*, 89(6), 1059-1085.
- Schündeln, M. (2013). Appreciating depreciation: physical capital depreciation in a developing country. *Empirical Economics*, 44(3), 1277-1290.
- Smets, F., & Wouters, R. (2007). Shocks and frictions in US business cycles: A Bayesian DSGE approach. *American economic review*, 97(3), 586-606.
- Wooldridge, J. M. (2009). On estimating firm-level production functions using proxy variables to control for unobservables. *Economics letters*, 104(3), 112-114.

5. Приложение

Таблица 1А. Эластичность труда и капитала для средних и крупных фирм в Казахстане, 2009-2024 годы

Сектор	Эластичность труда (фонд ЗП)	Эластичность капитала	N
Все сектора	0,75***	0,25***	56743
Сельское хозяйство	0,64***	0,36***	6079
Горнодобывающая промышленность	0,67***	0,33***	2746
Обрабатывающая промышленность	0,57***	0,43***	10841
Строительство	0,62***	0,38***	7299
Услуги	0,86***	0,14***	29353

Источник: расчеты авторов

Таблица 2А. Эластичность труда и капитала для малых фирм в Казахстане, 2009-2024 годы

Сектор	Эластичность труда (фонд ЗП)	Эластичность капитала	N
Все сектора	0,73***	0,27***	90280
Сельское хозяйство	0,50***	0,50***	10764
Горнодобывающая промышленность	0,73***	0,27***	6755
Обрабатывающая промышленность	0,62***	0,38***	9910
Строительство	0,64***	0,36***	6379
Услуги	0,79***	0,21***	54285

Источник: расчеты авторов

Таблица 3А. Эластичность труда и капитала для малых фирм в Казахстане, 2009-2024 годы

Сектор	Эластичность труда (кол-во работников)	Эластичность капитала	N
Все сектора	0,71***	0,29***	79601
Сельское хозяйство	0,47***	0,53***	9260
Горнодобывающая промышленность	0,72***	0,28***	6301
Обрабатывающая промышленность	0,68***	0,32***	8643
Строительство	0,71***	0,29***	5529
Услуги	0,73***	0,27***	47774

Источник: расчеты авторов