



НАЦИОНАЛЬНЫЙ БАНК КАЗАХСТАНА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО РАЗМЕРА ИНТЕРВАЛОВ ДЛЯ РАСЧЕТА МЕДИАНЫ ИНФЛЯЦИОННЫХ ОЖИДАНИЙ.

Департамент денежно-кредитной политики
Экономическое исследование №2024-8

Ержан И.
Акпанов А.

Экономические исследования и аналитические записки Национального Банка Республики Казахстан (далее – НБРК) предназначены для распространения результатов исследований НБРК, а также других научно-исследовательских работ сотрудников НБРК. Экономические исследования распространяются для стимулирования дискуссий. Мнения, высказанные в документе, выражают личную позицию авторов и могут не совпадать с официальной позицией НБРК.

Определение оптимального размера интервалов для расчета медианы инфляционных ожиданий.

Ноябрь 2024

NBRK – WP – 2024 – 8

Аннотация

Ержан И.¹
Акпанов А.²

Инфляционные ожидания играют ключевую роль для центральных банков, особенно в странах с режимом инфляционного таргетирования. Они оказывают значительное влияние на фактический уровень инфляции, воздействуя на решения как потребителей, так и предприятий. Это влияние проявляется через инфляцию спроса и предложения: с одной стороны, потребители, основываясь на ожиданиях динамики цен, корректируют свои решения о покупке товаров и услуг, с другой – предприятия определяют цены в зависимости от ожидаемых издержек, включающих динамику заработных плат, что формирует инфляцию предложения.

Точное измерение инфляционных ожиданий имеет критически важное значение для проведения эффективной денежно-кредитной политики. На это влияет множество факторов, включая размер выборки респондентов и используемая методология расчетов. Поскольку с января 2023 года Национальный Банк Республики Казахстан использует медианные оценки инфляционных ожиданий, одним из ключевых вопросов становится определение оптимальной ширины интервалов. В данной работе проводится анализ существующих методов определения оптимальной ширины интервалов для медианы сгруппированных данных об инфляционных ожиданиях населения, а также определяется наиболее подходящая ширина интервалов для Казахстана.

Ключевые слова: инфляционные ожидания, ширина интервалов, медианные оценки, метод Берка.

JEL-классификация: E31, E52, C83, C43

¹ Ержан И.С. – заместитель начальника Управления макроэкономических исследований и прогнозирования Департамента денежно-кредитной политики Национального Банка Республики Казахстан
E-mail: Islam.Yerzhan@nationalbank.kz

² Акпанов А.К. – ведущий специалист-аналитик Управления макроэкономических исследований и прогнозирования Департамента денежно-кредитной политики Национального Банка Республики Казахстан
E-mail: Arman.Akpanov@nationalbank.kz

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ	5
2. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ	7
3. МЕЖДУНАРОДНЫЙ ОПЫТ	10
4. МЕТОДОЛОГИЯ.....	14
5. РЕЗУЛЬТАТЫ.....	17
6. ВЫВОДЫ.....	24
7. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	26

1. ВВЕДЕНИЕ

Измерение инфляционных ожиданий критически важно для центральных банков при принятии решений в области денежно-кредитной политики, поскольку ожидания оказывают прямое влияние на экономическое поведение потребителей и инвесторов (Vellekoop and Wiederholt, 2019). Они формируют динамику фактической инфляции, так как решения о потреблении, инвестициях, а также процессы ценообразования и установления заработных плат отражают ожидания домохозяйств и предприятий относительно будущих темпов изменения цен (IMF, 2023). Заякоренные инфляционные ожидания способствуют снижению неопределенности и улучшению прогнозирования экономических условий.

Точное измерение инфляционных ожиданий позволяет центральным банкам эффективно оценивать и управлять денежно-кредитной политикой, добиваясь долгосрочных целей по инфляции. Точность этих оценок зависит от множества факторов, среди которых особое значение имеет выбор адекватной методологии расчета.

В Казахстане Национальный Банк Республики Казахстан (далее – НБРК) с января 2016 года ежемесячно проводит опросы населения с целью оценки инфляционных ожиданий. Опрос охватывает взрослое население (18 лет и старше), при этом выборка распределяется по полу, возрасту, национальности и региону в соответствии с официальными данными демографической статистики. Репрезентативность выборки обеспечивается случайным отбором респондентов, что позволяет охватить различные регионы и социально-демографические группы.

Изначально расчет инфляционных ожиданий в Казахстане осуществлялся методом квантификации Берка. Однако этот метод имеет свои методологические ограничения, связанные с квантификацией инфляционных ожиданий на основе вероятностного подхода. Он предполагает зависимость инфляционных ожиданий от текущего уровня инфляции, что указывает на адаптивный характер инфляционных ожиданий. Это приводит к тому, что количественные оценки инфляционных ожиданий населения оказываются близкими к фактической годовой инфляции, что, в свою очередь, может создать иллюзию заякоренности инфляционных ожиданий.

С января 2023 года НБРК прекратил публикацию квантифицированных значений ожидаемой инфляции. В настоящее время в своих коммуникациях НБРК использует медианные оценки интервалов воспринимаемой и ожидаемой инфляции, что обеспечивает более точное представление о распределении ожиданий населения. На сегодняшний день данный подход является одним из наиболее широко применяемых методов оценки инфляционных ожиданий. Большинство центральных банков развитых стран используют этот метод, так как он не зависит от текущей инфляции и считается более объективным. Оценки, полученные этим способом, отражают числовой диапазон ожидаемого изменения цен, что делает их более

информативными и полезными для анализа инфляционных ожиданий населения.

Формула медианы для группированных данных учитывает размер интервалов, частоты и кумулятивные частоты, и предполагается, что ширина интервалов влияет на точность медианной оценки. Основная гипотеза исследования заключается в том, что динамические размеры интервалов предпочтительнее фиксированных для группировки данных опросов и последующего расчета инфляционных ожиданий населения. Целью данной работы является определение оптимальной ширины интервалов для расчета медианы сгруппированных данных об инфляционных ожиданиях населения в расчетах НБРК. В рамках исследования проводится анализ медианных оценок при использовании различных размеров интервалов для сгруппированных данных.

Учитывая, что на данный момент не существует единого метода для определения оптимальной ширины интервалов, в данном исследовании тестируются различные инструменты. Например, уравнение Фридмана-Диакониса представляет собой статистический метод для определения оптимальной ширины интервалов при построении гистограммы данных. Это правило помогает создать гистограмму, которая наиболее точно отражает истинное распределение данных, избегая излишнего сглаживания или детализации. Кроме того, для анализа использована методология, предложенная в работе Tao et al. (2023), где представлен новый подход к группированию данных – метод BSI – для определения оптимального размера интервалов, необходимых для построения гистограмм мультимодальных наборов данных. Каждый из различных размеров интервалов используется для построения соответствующей гистограммы с последующей статистической деконволюцией³. Дополнительно в данной работе также проводится анализ достаточности размера выборки, используемой в опросах инфляционных ожиданий НБРК, с применением формул Кохрана и Словина – двух широко используемых методов расчета выборки в статистических исследованиях. Применение этих формул позволяет оптимизировать процесс сбора данных, обеспечивая репрезентативность выборки и ее достаточность для проведения корректного анализа.

Настоящая работа состоит из нескольких разделов. Во втором разделе представлен обзор международной литературы по теме исследования. В третьем разделе анализируется международный опыт в отношении количества респондентов и используемых интервалов в различных странах. Далее описывается методология определения оптимального количества респондентов и обсуждаются различные методы, применяемые для определения оптимальной ширины интервалов при группировке данных. В

³ В статистике и анализе данных деконволюция используется для «развертывания» или уточнения данных, чтобы получить более точное представление о том, как данные распределены на самом деле. Это особенно полезно, когда данные были сгруппированы в интервалы или искажены из-за ограничений измерений. Деконволюция позволяет извлечь скрытую информацию и улучшить точность анализа.

заключительных разделах работы представлены результаты расчетов и выводы.

2. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Инфляционные ожидания являются одним из ключевых элементов в макроэкономическом анализе и принятии решений по денежно-кредитной политике. Они влияют на поведение потребителей и предприятий, формируя динамику фактической инфляции и экономического роста. Понятие инфляционных ожиданий было введено в экономическую теорию в рамках адаптивных и рациональных ожиданий. Muth (1961) ввел концепцию рациональных ожиданий, которая стала фундаментальной в современной макроэкономике, а Friedman (1968) подчеркнул важность ожиданий экономических агентов в своей работе о роли денежно-кредитной политики.

Заякоренные инфляционные ожидания снижают неопределённость в экономике и способствуют более низкой фактической инфляции, несмотря на различные шоки (Mishkin, 2007). В этой связи управление инфляционными ожиданиями является ключевым инструментом для достижения ценовой стабильности и эффективности денежно-кредитной политики (Woodford, 2003).

Orphanides and Williams (2005) в своей работе показали, что точное измерение инфляционных ожиданий позволяет центральным банкам более эффективно реагировать на инфляционные шоки и корректировать политику в соответствии с изменяющимися экономическими условиями. Кроме того, прозрачность и коммуникация центрального банка в отношении инфляционных целей усиливают доверие общественности и помогают сформировать ожидания, согласующиеся с целями политики (Svensson, 1997).

Таким образом, разработка и применение надёжных методов измерения инфляционных ожиданий являются критически важными для центральных банков в рамках инфляционного таргетирования. Это не только повышает эффективность денежно-кредитной политики, но и укрепляет доверие экономических агентов, что в конечном итоге способствует достижению стабильности цен (Bernanke et al., 1999).

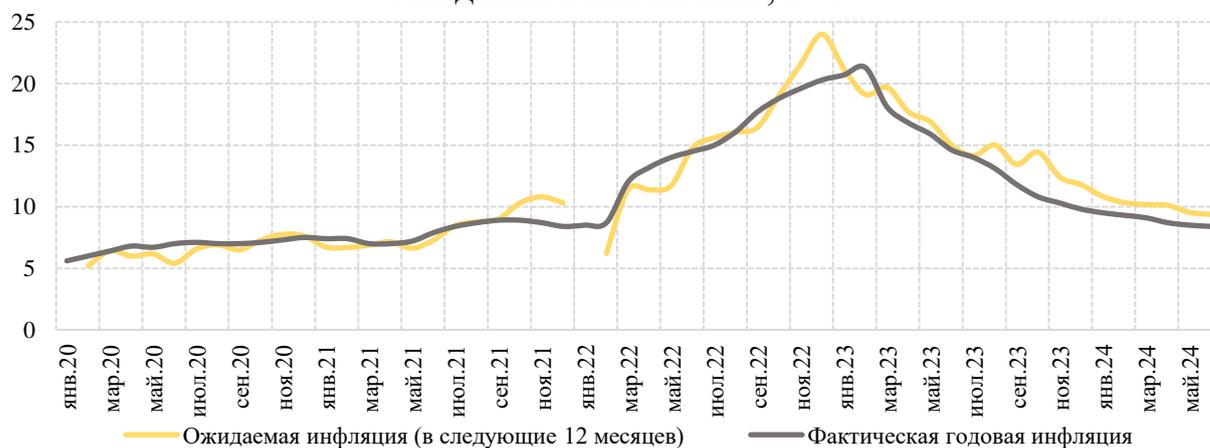
Одним из ранних методов количественной оценки инфляционных ожиданий является метод, предложенный Berk (1999). Этот метод основан на преобразовании качественных оценок респондентов в количественные показатели. Суть квантификации заключается в сопоставлении качественных ответов с текущими показателями инфляции. Затем на основе этих данных высчитывается математическое ожидание распределения, которое и выступает в качестве квантифицированных данных по ожидаемой инфляции.

$$\pi_m^e = \frac{\pi(C+D)}{C+D-(A+B)}, (1)$$

где $A=F^{-1}(1-a^e)$; $B= F^{-1}(1-a^e-b^e)$; $C= F^{-1}(1-a^e-b^e-c^e)$; $D=F^{-1}(1-e^e)$, F^{-1} – обратная функция нормального распределения, a^e – доля респондентов ожидающих, что цены будут расти быстрее, b^e – доля респондентов ожидающих, что цены будут расти теми же темпами, c^e – доля респондентов ожидающих, что цены будут расти медленнее, e^e – доля респондентов ожидающих, что цены будут снижаться.

Изначально НБРК рассчитывал и публиковал оценки инфляционных ожиданий населения с использованием вероятностного метода квантификации по методологии Берка. Однако данный метод имеет ряд слабых сторон. Квантификация данным методом подразумевает зависимость инфляционных ожиданий от ее текущего значения, то есть изначально предполагает адаптивный характер ожиданий (Nardo, 2003). Дополнительным недостатком квантификации по Берку является сглаживание инфляционных ожиданий, поскольку результаты опроса умножаются на фактическое значение годовой инфляции в предыдущем месяце. Это обуславливает близость полученных количественных оценок инфляционных ожиданий населения к фактической годовой инфляции и, в свою очередь, может создать «видимость» закоренения инфляционных ожиданий (график 1). Кроме того, преобразование качественных ответов в количественные оценки может вносить ошибки и искажения, влияя на точность измерений (Smith and McAleer, 1995). Это связано с тем, что методы квантификации часто основываются на предположениях о линейности и равномерности распределения ответов респондентов, что может не соответствовать реальности.

График 1. Динамика инфляции и квантифицированных инфляционных ожиданий в Казахстане, в %.



Источник: НБ РК, БНС АСПиР РК

Другим методом оценки инфляционных ожиданий является использование медианных оценок, основанных на прямых количественных вопросах в опросах населения. Мичиганский университет в США внедрил метод прямого опроса потребителей об ожидаемой инфляции в середине 1970-х годов (Curtin, 2005).

Этот метод отличается тем, что респондентам задаются прямые количественные вопросы об ожидаемой инфляции, что устраняет необходимость преобразования качественных ответов в количественные

оценки. Такой подход повышает точность и надежность собранных данных, уменьшая потенциальные искажения, связанные с субъективной интерпретацией вопросов. Кроме того, использование медианных оценок делает результаты менее чувствительными к выбросам и экстремальным значениям, что способствует более стабильному анализу инфляционных ожиданий (Bryan and Palmqvist, 2005). Это также снижает влияние текущих инфляционных показателей на ожидания респондентов, отражая более объективные прогнозы на будущее.

Методология медианной оценки инфляционных ожиданий заключается в сборе прямых количественных ответов от респондентов на вопрос об ожидаемом уровне инфляции за определенный период. Респондентам предлагают указать конкретное числовое значение, выраженное в процентах, которое отражает их ожидания относительно будущего изменения цен. Далее ответы группируются по интервалам, медианная оценка рассчитывается с учетом частот ответов в каждом интервале и ширины этих интервалов. Для более точного определения медианы внутри конкретного интервала применяется специальная формула, учитывающая накопленные частоты.

$$Me = x_0 + i * \frac{\frac{1}{2} * \sum f_i - S_{Me-1}}{f_{Me}}, (2)$$

где x_0 – нижняя граница медианного интервала, для которого накопленная частота ответов превышает половину общей суммы частот, i – ширина медианного интервала (x_0 (разность между верхней и нижней границей интервала)), f_i – сумма всех частот интервалов, S_{Me-1} – накопленная частота интервала, предшествующего медианному интервалу x_0 , f_{Me} – частота медианного интервала x_0 (сколько наблюдений попадает в этот интервал).

Медианное значение представляет собой такой порог инфляции, при котором ровно половина всех респондентов указывает более высокие значения роста цен, а другая половина считает, что инфляция была ниже этого уровня. Таким образом, медиана отражает определенный общественный консенсус и делит всех опрошенных на две равные по численности группы (Банк России).

С января 2023 года в коммуникациях НБРК используются показатели медианной оценки интервалов ожидаемой инфляции.

В тоже время помимо медианной оценки ряд центральных банков использует средние оценки инфляционных ожиданий. Сопоставляя медианные и средние оценки, следует отметить, что средние значения инфляционных ожиданий как правило более волатильны и выше, чем медианные значения, поскольку средние значения сильнее подвержены выбросам в данных (D'Acunto et al., 2019). В этой связи возникает дискуссия о том, стоит ли удалять выбросы из данных, рассматривая их как недостоверные, или же сохранять информацию о том, что респондент ожидал значительного увеличения инфляции. В данном случае медианная оценка может быть более точным показателем центральной тенденции (Curtin, 2005), (Armantier et al., 2016).

Дополнительным методом оценки инфляционных ожиданий является вероятностный метод, при котором респондентам предлагают распределить вероятности того, что инфляция будет находиться в различных диапазонах значений. Вместо указания единственного числа или выбора одного интервала, респонденты выражают свои ожидания в виде распределения вероятностей по разным интервалам инфляции. Например, респондент может указать, что с вероятностью 20% инфляция будет ниже 2%, с вероятностью 50% – между 2% и 4%, и с вероятностью 30% – выше 4%. Данный метод позволяет измерить не только среднее ожидаемое значение инфляции, но и степень неопределенности или уверенности респондента в своих прогнозах (Manski, 2004). Кроме того, предоставляет возможность изучать распределение ожиданий в популяции, что важно для оценки рисков и потенциальных сценариев развития экономики (Engelberg et al., 2009).

Однако у метода есть и недостатки: он требует от респондентов способности оперировать вероятностями, что может снижать точность ответов или увеличивать вероятность отказов от участия в опросе (Bruine de Bruin et al., 2010). Также для анализа таких данных необходимы более сложные статистические инструменты, что усложняет их использование на практике (Manski, 2004).

В данном исследовании мы детальнее остановимся на расчете медианных инфляционных ожиданий и определении интервалов. Различные размеры интервалов могут по-разному отражать особенности данных измерений. Более широкие интервалы позволяют вместить больше данных, что приводит к меньшему количеству самих интервалов и, следовательно, снижает уровень шума из-за случайности выборки. Напротив, узкие интервалы приводят к увеличению частоты встречаемости интервалов, и, следовательно, гистограмма более чувствительна к шуму выборки, или недостаточному сглаживанию. Таким образом, разная ширина интервалов одного набора данных может привести к получению разных распределений данных (Тао et al., 2023).

В рамках данного исследования будет проведен анализ того, как выбор ширины интервалов влияет на точность оценки инфляционных ожиданий. Проведённые ранее исследования показывают, что правильный выбор методологии и параметров расчёта может существенно повысить качество оценок, что в конечном итоге способствует более эффективному анализу инфляционных ожиданий и их учёту при разработке экономической политики.

3. МЕЖДУНАРОДНЫЙ ОПЫТ

В настоящее время наиболее распространенным методом оценки инфляционных ожиданий является использование медианных значений ответов респондентов на количественные вопросы. Этот подход широко применяется центральными банками, поскольку такие показатели не

привязаны к фактической инфляции и считаются более объективными. Полученные оценки отражают числовой диапазон ожидаемого изменения цен, что делает их более информативными для анализа и принятия решений в области денежно-кредитной политики.

В таблице 1 представлена информация о методах оценки инфляционных ожиданий в различных странах, включая размер выборки, публикуемые показатели и дату начала временных рядов. Большинство опросов инфляционных ожиданий проводятся на ежемесячной основе, однако в отдельных странах они могут осуществляться ежеквартально.

В мировой практике количество опрашиваемых респондентов отличается в зависимости от социально-экономических характеристик населения, уровня погрешности, методологии, а также от доступных ресурсов. В некоторых странах доля от общего населения может быть небольшой, однако выборка будет тщательно спланирована для обеспечения репрезентативности по различным социально-демографическим параметрам населения. Средний размер выборки составляет около 2000 респондентов, что обеспечивает высокую репрезентативность выборки относительно генеральной совокупности. Медианные оценки инфляционных ожиданий, подкрепленные достаточным размером выборки, стали современным стандартом в практике центральных банков по всему миру.

Таблица 1. Методы оценки инфляционных ожиданий в разрезе стран

Страна	Выборка	Население страны	Публикуемые показатели	Начальная дата временного ряда
ЕЦБ	Испания	3000	Медиана, среднее	Апрель 2020
	Италия	3000		
	Франция	3000		
	Германия	3000		
	Бельгия	1000		
	Нидерланды	1000		Апрель 2022
	Австрия	1000		
	Португалия	1000		
	Греция	1000		
	Ирландия	1000		
Финляндия	1000	5 584 260		
Канада	2000	40 097 760	Медиана	4 квартал 2014 г.
Великобритания	2000	68 350 000	Медиана	Ноябрь 1999 г.
Россия	2000	143 826 130	Медиана	Апрель 2010 г.
Казахстан	1500	19 900 180	Медиана	Январь 2016 г.
Турция	4884	85 326 000	Среднее	Январь 2015 г.
Новая Зеландия	1000	5 223 100	Медиана, среднее	Март 1995 г.
Норвегия	1000	5 519 590	Медиана, среднее	3 квартал 2002 г.
Япония	4000	124 516 650	Медиана, среднее	2 квартал 2006 г.
Федеральный резервный банк Нью-Йорка	1300	334 914 900	Медиана	Июнь 2013 г.
Индия	5300	1 428 627 660	Медиана, среднее	Сентябрь 2008 г.

Южная Корея	2500	51 712 620	Медиана	Февраль 2002 г.
-------------	------	------------	---------	-----------------

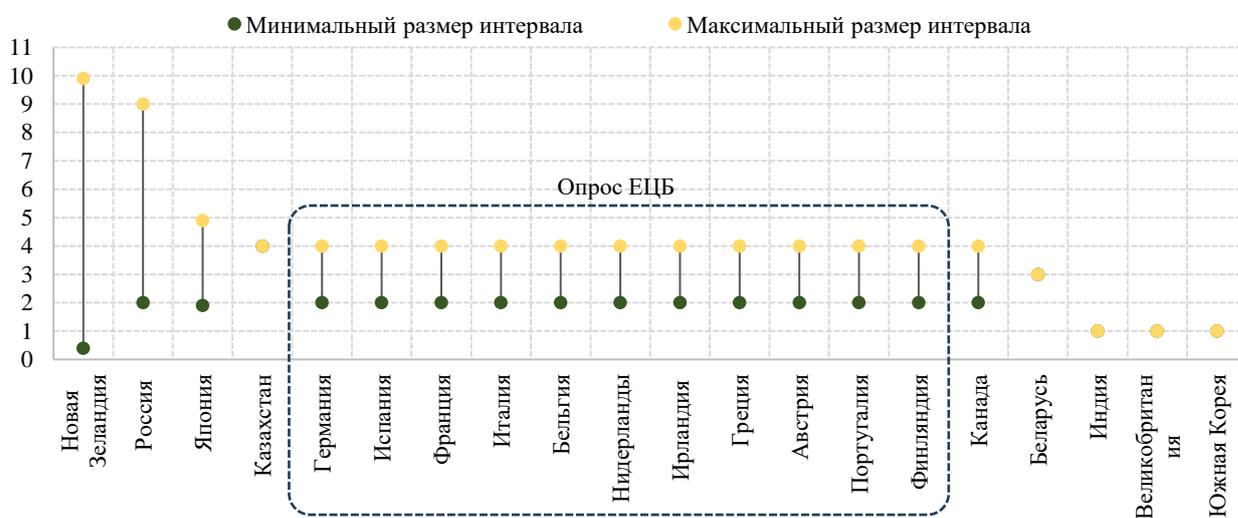
Источник: официальные интернет-ресурсы центральных банков, World Bank

*Данные по численности населения на конец 2023 года

Точность оценки медианных инфляционных ожиданий зависит от выбранных диапазонов. Хотя некоторые страны применяют статические интервалы, большинство используют динамические (график 2). Размах этих интервалов может варьироваться в зависимости от объема и точности данных, и в мировой практике отсутствует единый подход к количеству и ширине интервалов.

При использовании динамических интервалов размеры интервалов зависят от величины самих инфляционных ожиданий. По мере увеличения уровня инфляционных ожиданий ширина интервалов обычно расширяется. Это связано с тем, что при более высоких значениях инфляционных ожиданий возрастают неопределенность и разброс мнений среди респондентов относительно будущих ценовых изменений. Увеличение ширины интервалов позволяет более точно охватить широкий спектр ожидаемых значений инфляции, что способствует повышению точности медианных оценок. Кроме того, применение более широких интервалов при высоких инфляционных ожиданиях помогает избежать смещения оценок, которое может возникнуть при использовании слишком узких или фиксированных интервалов.

График 2. Размах интервалов для расчета ИО по странам, в п.п.



Источник: официальные интернет-ресурсы центральных банков

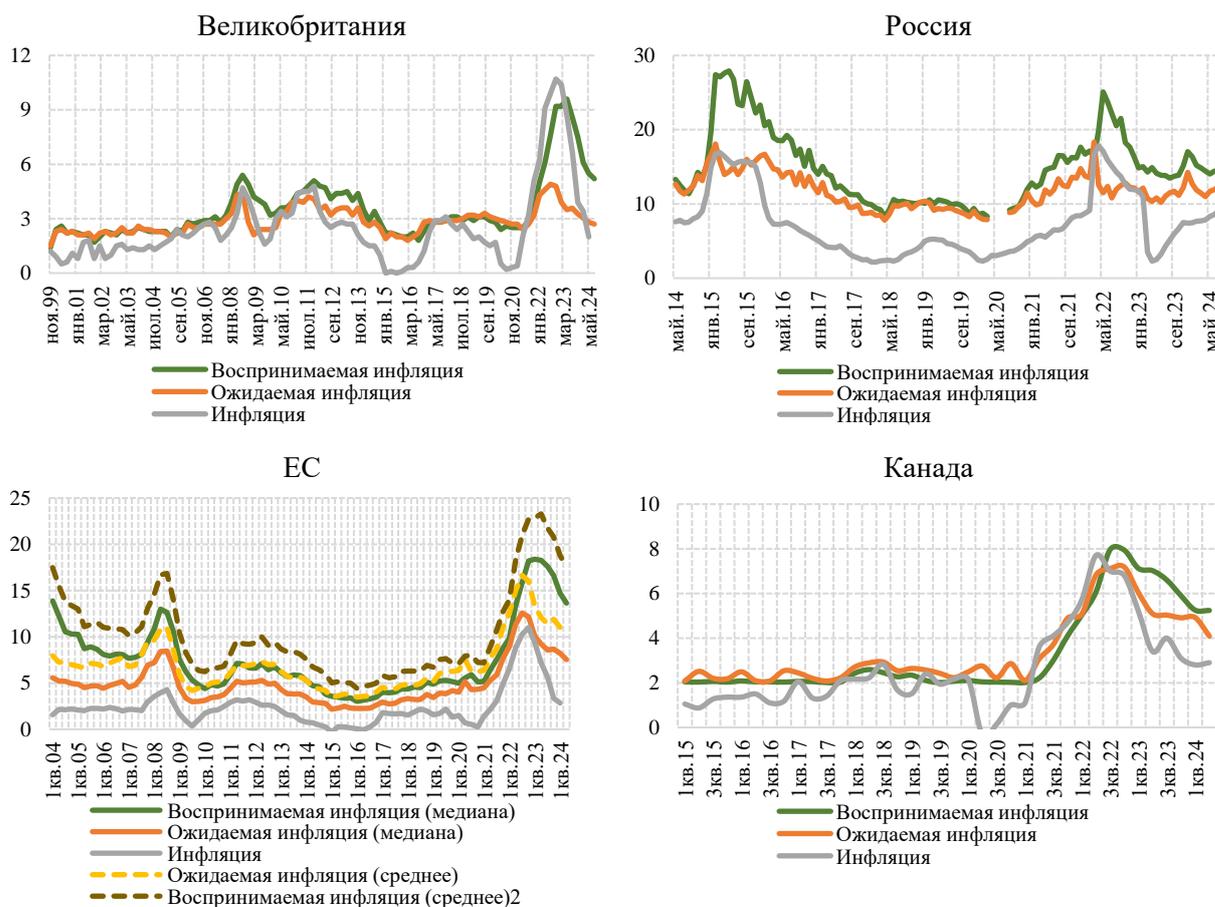
Несмотря на то что различные страны мира используют разную ширину интервалов при оценке инфляционных ожиданий населения, общий тренд заключается в том, что медианные и средние числовые значения этих ожиданий часто формируются выше фактического уровня инфляции (Weber et al., 2022). Это обусловлено тем, что показатели воспринимаемой и ожидаемой инфляции формируются под воздействием множества факторов, включая психологические, экономические и политические аспекты, изменения цен на

товары-маркеры, прошлый опыт высокой инфляции, новостной фон и другие (график 3).

Одним из объяснений высокого уровня инфляционных ожиданий является то, что домохозяйства воспринимают текущую инфляцию как более высокую, чем та, которая измеряется индексом потребительских цен, и экстраполируют это восприятие на свои будущие ожидания (Jonung, 1981). В частности, это расхождение может быть связано с тем, что домохозяйства склонны переоценивать свои повседневные расходы (D'Acunto et al., 2018; Cavallo et al., 2017), уделять больше внимания росту цен, чем их снижению (D'Acunto et al., 2015), а также учитывать информацию из внешних источников – средств массовой информации, слухов, социальных сетей и т.д., выходящую за рамки их собственного потребительского опыта (Ehrmann et al., 2017).

Таким образом, понимание причин завышенных инфляционных ожиданий является ключевым для центральных банков при разработке эффективной денежно-кредитной политики. Учитывая факторы, влияющие на восприятие инфляции населением, регуляторы могут улучшить коммуникационные стратегии и принять меры для более эффективного закрепления инфляционных ожиданий.

График 3. Инфляционные ожидания в отдельных странах мира, %



Источник: официальные интернет-ресурсы центральных банков

4. МЕТОДОЛОГИЯ

При проведении статистических исследований, в том числе оценки инфляционных ожиданий населения, важно определить оптимальный размер выборки для обеспечения репрезентативности и точности результатов. В данном случае можно использовать формулу Кохрана (Cochran, 1979). Она широко используется в статистике для определения необходимого размера выборки, чтобы с заданной точностью и уровнем доверия оценить параметры генеральной совокупности.

$$n = \frac{Z^2 * p * (1-p)}{E^2}, (3)$$

где n – необходимый размер выборки, Z – z -оценка для выбранного уровня доверия (например, для 95% доверия $Z = 1.96$), p – предполагаемая доля (обычно принимается 0.5, если точное распределение неизвестно), E – допустимая ошибка (например, $E = 0.05$ для 5%).

Помимо формулы Кохрана для определения размера выборки, в данном исследовании также была использована формула Словина (Slovin, 1960) для расчёта размера выборки с учётом уровня допустимой погрешности.

$$n = \frac{N}{1 + N * e^2}, (4)$$

где n – необходимый размер выборки, N – размер генеральной совокупности, e – допустимая погрешность.

Применение обеих формул в данном исследовании обусловлено стремлением обеспечить высокую точность и надёжность полученных данных. Формула Кохрана позволяет определить необходимый размер выборки для больших популяций с заданным уровнем доверия и точности, в то время как формула Словина корректирует этот размер с учётом конечности генеральной совокупности и заданной допустимой погрешности.

Важно отметить, что правильный выбор размера выборки напрямую влияет на качество и достоверность результатов исследования. Недостаточный размер выборки может привести к увеличению статистической погрешности и снижению репрезентативности данных, в то время как чрезмерно большой размер выборки может быть неэффективным с точки зрения затрат и времени на сбор и обработку. Кроме того, использование обоих методов позволяет сравнить результаты и убедиться в их устойчивости. Это особенно важно при исследовании инфляционных ожиданий населения, где точность и надёжность данных являются критически важными.

Таким образом, определение правильного размера выборки является лишь первым шагом на пути к получению достоверных данных. Однако для более глубокой и точной оценки инфляционных ожиданий не менее важен выбор оптимальных интервалов, в которых будут сгруппированы ответы респондентов

На сегодняшний день метод определения оптимального количества и размера интервалов еще не является универсально общепринятым. В прошлом было предпринято много попыток предложить различные критерии для оценки оптимальных размеров интервалов, необходимых для объединения данных в группы. Одной из первых работ в литературе, посвященной построению гистограмм, была работа Sturges (1926). В этой работе Стерджемс предложил эмпирическое правило для выбора оптимального числа интервалов (столбцов) для гистограммы.

$$k = 1 + \log_2 n, (5)$$

где k – количество интервалов для построения гистограммы, n – количество наблюдений в выборке.

Позднее Scott (1979) в своей работе предложил метод для нахождения оптимальной ширины интервала в гистограмме, который учитывает стандартное отклонение данных, что позволяет более точно выбрать ширину интервалов, особенно для больших выборок или данных с высоким разбросом.

$$h = \frac{3.5 \cdot \sigma}{\sqrt[3]{n}}, (6)$$

где h – ширина интервала, σ – стандартное отклонение данных, n – количество наблюдений в выборке.

Впоследствии это уравнение было усовершенствовано правилом Фридмана-Диакониса (Freedman & Diaconis, 1981), которое предоставляет более точную оценку ширины интервалов благодаря использованию межквартильного размаха, применение которого делает расчетное значение менее чувствительным к выбросам в наборе данных.

$$h = \frac{2 \cdot IQR}{\sqrt[3]{n}}, (7)$$

где h – ширина интервала, IQR – межквартильный размах (разность между первым и третьим квартилями), который используется для оценки разброса данных, n – количество наблюдений в наборе данных.

В данном исследовании для определения ширины диапазонов применяется правило Фридмана-Диакониса, обеспечивающее оптимальный баланс между детализацией и сглаживанием данных, что играет ключевую роль в анализе распределения инфляционных ожиданий населения.

Кроме того, в работе используется методология, предложенная Тао et al. (2023), для определения оптимального размера интервалов при построении гистограмм мультимодальных данных. Основная цель данного подхода заключается в минимизации ошибки при построении гистограммы, обеспечивая максимально точное отражение реальной функции плотности вероятности для переменной с несколькими модами.

Первый этап метода заключается в выборе начальной ширины интервала с использованием формулы Фридмана-Диакониса (7). Эта формула определяет оптимальный начальный размер интервала с учетом разброса данных и объема выборки. Полученное значение h служит отправной точкой для тестирования альтернативных размеров интервалов.

Интервалы не должны быть слишком широкими, так как это приводит к чрезмерной обобщенности гистограммы и может скрывать важные детали в данных. Метод предполагает проверку нескольких вариантов ширины интервалов для выбора того, который наиболее точно отражает распределение данных.

Для оценки точности гистограммы по сравнению с реальным распределением используется сумма квадратов ошибок (SSE). Этот показатель позволяет определить, насколько хорошо гистограмма воспроизводит структуру исходных данных.

$$SSE = \sum_{i=1}^{N_b} w_i (\hat{y}_i - y_i)^2, \quad (8)$$

где N_b – количество интервалов в гистограмме, y_i – частота или вероятность для каждого интервала в реальной гистограмме, \hat{y}_i – частота или вероятность для каждого интервала в аналитической гистограмме, w_i – вес интервала (обычно равен 1).

Эта формула показывает, насколько сильно значения в гистограмме отклоняются от того, что предсказывает математическая модель. Задача метода – минимизировать эту ошибку, чтобы гистограмма как можно лучше отражала реальное распределение.

При увеличении количества пиков (мод) модель становится сложнее. В таких случаях учитываются степени свободы (Degrees of Freedom, DOF), которые обозначают число независимых параметров, влияющих на итоговую оценку. Это помогает избежать переосложнения модели и переобучения, сохраняя баланс между точностью и обобщающей способностью модели.

$$DOF = N_b - 3K - 1, \quad (9)$$

где N_b – количество интервалов в гистограмме, K – количество мод (пиков) в распределении.

Эта формула учитывает, что каждая мода (пик) требует трех параметров: A_j (доля), μ_j (среднее), σ_j (стандартное отклонение). Чем больше мод, тем меньше остается степеней свободы для построения модели, поскольку каждый дополнительный пик увеличивает сложность.

Для каждого интервала рассчитывается стандартная ошибка (S_E):

$$S_E = \sqrt{\frac{SSE}{DOF}}, \quad (10)$$

где SSE – сумма квадратов ошибок, DOF – количество степеней свободы.

Поскольку ошибки могут значительно отличаться между разными интервалами, их нужно нормализовать. Эта нормализация делает все ошибки сопоставимыми, чтобы можно было корректно их сравнивать.

$$S_{EN} = \frac{|S_E - \mu_S|}{\sigma_S}, \quad (11)$$

где S_{EN} – нормализованная стандартная ошибка, S_E – стандартная ошибка для конкретного интервала, μ_S – среднее значение стандартной ошибки для всех интервалов, σ_S – стандартное отклонение стандартной ошибки для всех интервалов

Для выбора наилучшего интервала используется индекс размера интервала (BSI):

$$BSI = \frac{|2 \cdot \ln(S_{EN})|}{K}, \quad (12)$$

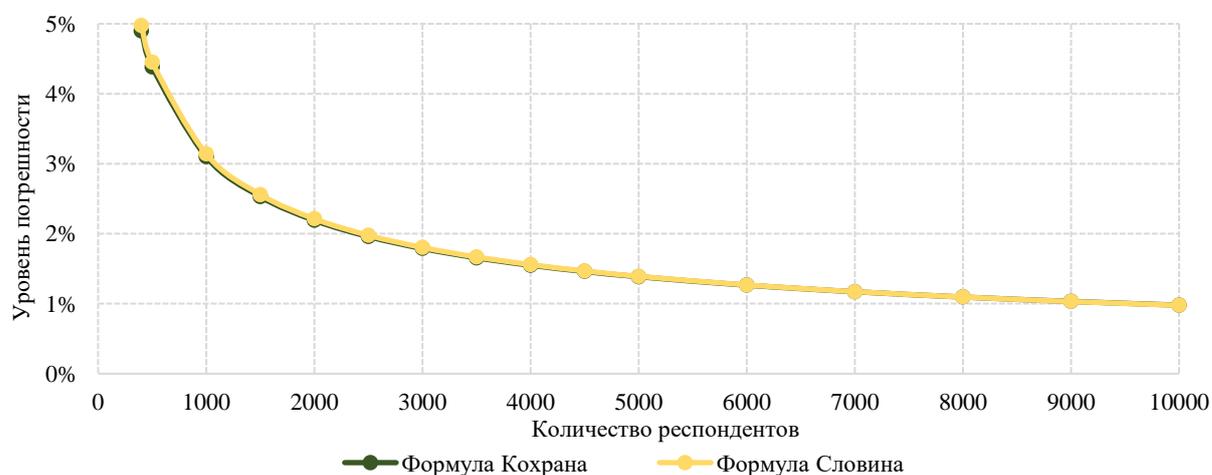
где $\ln(S_{EN})$ – логарифм нормализованной стандартной ошибки, K – количество мод (пиков) в распределении

Определение оптимальной ширины интервала основывается на выборе наибольшего значения индекса BSI.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ

Согласно результатам расчётов по формулам Кохрана (3) и Словина (4), выборка в 1500 человек обеспечивает уровень погрешности около 2,5%. В статистических исследованиях уровень погрешности менее 5% считается приемлемым и обеспечивает достаточную точность результатов. Такой уровень погрешности часто соответствует уровню значимости $\alpha = 0,05$, что означает 5% вероятность того, что наблюдаемое различие с генеральной совокупностью является случайным (график 4).

График 4. Уровень погрешности в зависимости от количества респондентов



Источник: расчеты авторов

Минимальный размер выборки, необходимый для обеспечения уровня погрешности в 5%, составляет около 400 человек. Увеличение объема выборки до 5000 человек снижает погрешность до 1,4%, а при увеличении до 10 000 человек – до 1%. В этом контексте выборка в 1500 человек представляется оптимальной, так как она обеспечивает приемлемую точность с погрешностью 2,5%, не требуя значительных затрат на проведение опросов. Такой объем выборки позволяет найти баланс между точностью и эффективностью исследования, охватывая при этом различные социально-демографические группы населения.

Увеличение выборки сверх указанного объема действительно уменьшает уровень погрешности, однако темпы этого уменьшения становятся недостаточно значимыми для оправдания дополнительных расходов. Таким образом, выборка в 1500 человек является рациональным выбором, подтвержденным как теоретическими расчетами, так и практическими соображениями.

Продолжая анализ, следует отметить, что для расчета интервалов медиан инфляционных ожиданий датасет был разделен на три периода. Первый период охватывает временной отрезок с февраля 2022 по декабрь 2023 года, когда инфляционные ожидания были относительно высокими. Второй период охватывает январь 2020 года по декабрь 2021 года, характеризующийся умеренными инфляционными ожиданиями.

Учитывая, что инфляционные ожидания в Казахстане не опускались ниже 8,8%, был сгенерирован дополнительный временной отрезок с января 2018 года по декабрь 2019 года, в котором динамика инфляционных ожиданий моделировалась на уровне, близком к целевому показателю инфляции в 5%. Этот сгенерированный отрезок необходим для проверки корректности расчетов по формуле Фридмана-Диакониса (7) и индексу BSI (12).

Предполагается, что с изменением величины инфляционных ожиданий ширина интервалов, рассчитанных обоими методами, будет изменяться, отражая необходимость адаптации интервалов к изменяющимся экономическим условиям.

Такой адаптивный подход соответствует статистическим принципам, согласно которым ширина интервалов должна отражать характеристики распределения данных. Например, при увеличении дисперсии и вариативности данных использование более широких интервалов позволяет избежать излишней детализации и "шумности", обеспечивая при этом точное представление общей тенденции.

Результаты расчетов по формуле Фридмана-Диакониса (7) представлены на графике 5. Анализ подтверждает, что с увеличением величины самих инфляционных ожиданий оптимальный размер интервала расширяется. Для периода относительно низких инфляционных ожиданий ширина интервала варьируется около 1 п.п., что позволяет более точно отражать небольшие колебания в данных и обеспечивает высокую точность медианных оценок. В период умеренных инфляционных ожиданий диапазон составляет от 2 до 3 п.

п.п., а в период относительно высоких инфляционных ожиданий – от 3 до 4 п.п. Увеличение ширины оптимальных интервалов с увеличением самих инфляционных ожиданий связано с большей вариативностью ответов респондентов и необходимостью охватить более широкий диапазон значений.

График 5. Рассчитанная ширина интервалов, в п.п.



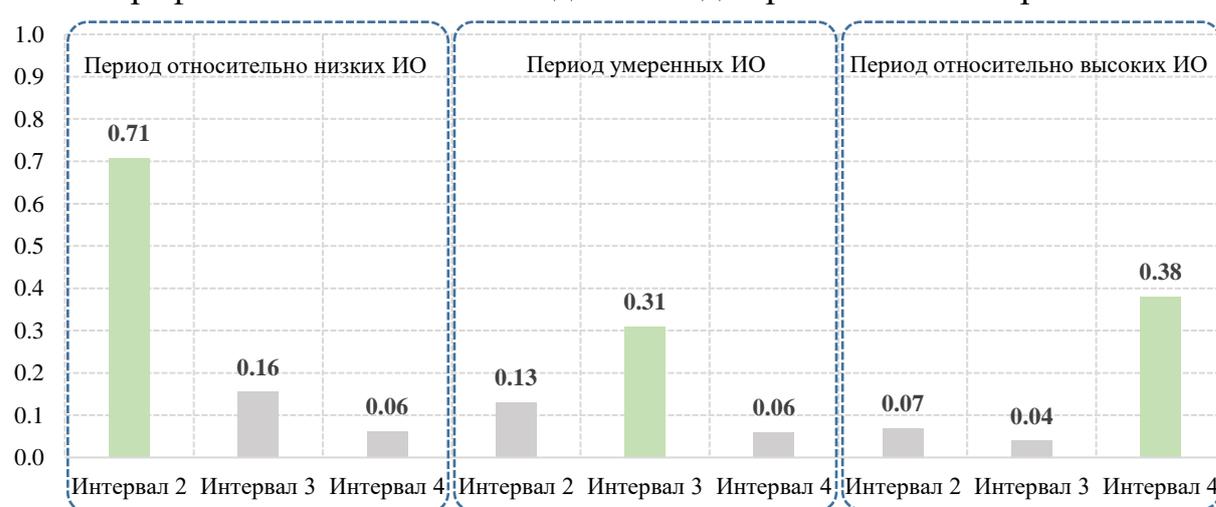
Источник: расчеты авторов

* Оценки за январь 2022 года не опубликована, т.к. результаты опроса были подвержены влиянию январских событий в стране, что сказалось на меньшем размере выборки и несопоставимости с предыдущими данными.

** Данные с января 2018 года по декабрь 2019 года были сгенерированы для анализа низких инфляционных ожиданий.

Далее для получения альтернативной оценки оптимальной ширины интервала была использована методология расчета индекса BSI. В качестве исследуемых размеров интервалов были выбраны интервалы 2, 3 и 4 (график б).

График 6. Рассчитанный индекс BSI для различных интервалов



Источник: расчеты авторов

Расчеты аналогично работе Тао et al. (2023) проводились в специализированном программном обеспечении Origin. Результаты указывают на то, что в период относительно низких инфляционных ожиданий

максимальное значение индекса BSI (0.71) наблюдается при интервале 2 п.п., что подтверждает его оптимальность для точного отображения данных. Во втором периоде, характеризующемся умеренными ожиданиями, максимальный BSI (0.31) достигается при интервале 3 п.п. В третьем периоде, когда инфляционные ожидания были относительно высокими, максимальный BSI (0.38) соответствует интервалу 4 п.п., что указывает на предпочтительность более широких интервалов при высоких уровнях инфляционных ожиданий.

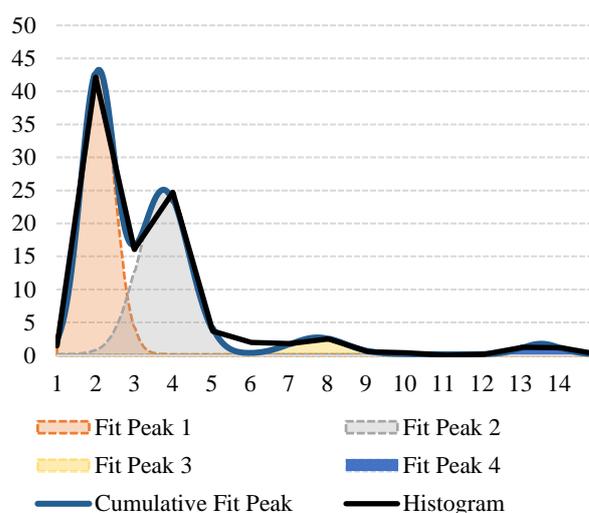
Аналогично результатам, полученным с использованием формулы Фридмана-Диакониса (7), индекс BSI подтверждает, что с ростом инфляционных ожиданий ширина интервалов должна увеличиваться. Полученные результаты подчеркивают важность адаптации интервалов в зависимости от уровня инфляционных ожиданий для обеспечения высокой точности анализа.

Для периодов умеренных и относительно низких инфляционных ожиданий формула Фридмана-Диакониса (7) и метод BSI (12) демонстрируют схожие результаты. Однако в условиях относительно низких инфляционных ожиданий индекс BSI определяет более широкий размер интервала. В исследовании Тао et al. (2023) отмечается, что значения, рассчитанные по формуле Фридмана-Диакониса, обычно соответствуют максимальному значению для индекса BSI. При этом использование более широких интервалов в методе BSI указывает на предпочтение модели сглаживания распределения и выделения ключевых тенденций, что снижает влияние случайных колебаний.

Такой подход оправдан в ситуациях, когда данные характеризуются высокой волатильностью или значительным разбросом. Излишняя детализация в таких случаях может усиливать уровень шума, затрудняя интерпретацию результатов. В контексте инфляционных ожиданий выявление основных тенденций и игнорирование незначительных флуктуаций представляется более целесообразным. Кроме того, следует учитывать, что математические модели, такие как метод Фридмана-Диакониса, часто склонны завышать количество интервалов, что приводит к формированию более узких диапазонов (Sahann et al., 2023).

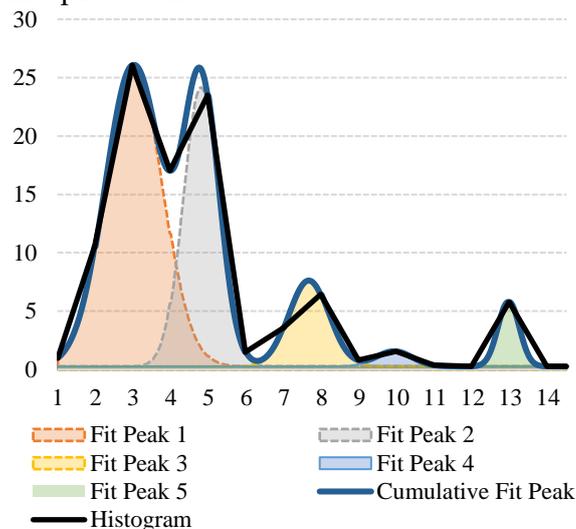
Далее на графиках 7-9 представлены гистограммы сгруппированных данных для трех периодов с использованием оптимальных интервалов. К каждой из этих гистограмм была подождена мультимодальная функция распределения (кривая - Cumulative Fit Peak) с количеством мод (Fit Peak). Это в свою очередь позволило определить погрешность между аналитической и экспериментальной гистограммой.

График 7. Деконволюционное распределение данных с шириной интервала 2 п.п.



Источник: расчеты авторов

График 8. Деконволюционное распределение данных с шириной интервала 3 п.п.

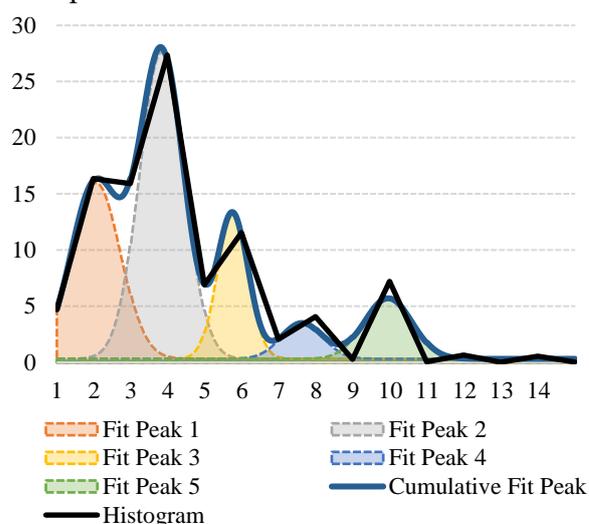


Ось X отображает интервалы данных, сгруппированных по определенным диапазонам, такими как значения инфляционных ожиданий в процентах. Ось Y показывает количество наблюдений или частоту попадания данных в каждый из этих интервалов, что позволяет визуально оценить распределение данных и выделить ключевые пики.

На графике 7 представлен анализ для низких инфляционных ожиданий, где использовались узкие интервалы шириной 2 п.п. Этот подход позволяет выявить три отдельных пика (Fit Peak 1–3), обеспечивая высокую чувствительность к мелким колебаниям. Накопленный пик (Cumulative Fit Peak) объединяет все компоненты, давая целостное представление о распределении данных. Узкие интервалы полезны для анализа данных с низкой волатильностью, где важна точность и детализация.

На графике 8 отображается распределение с интервалами шириной 3 п.п. Такой подход фиксирует пять отдельных пиков (Fit Peak 1–5), что позволяет более детально анализировать данные с умеренными инфляционными ожиданиями. Эти интервалы сохраняют баланс между детализацией и сглаживанием, выявляя малые отклонения, но при этом минимизируя влияние случайных флуктуаций. Такой уровень детализации особенно полезен при анализе умеренных инфляционных ожиданий.

График 9. Деконволюционное распределение данных с шириной интервала 4 п.п.



Источник: расчеты авторов

анализ показал, что оптимальная ширина интервала для использованных данных характеризуется динамичностью. Так, во время низких инфляционных ожиданий предпочтительнее использовать более узкие интервалы, и наоборот для высоких ожиданий – широкие.

В настоящее время при расчёте инфляционных ожиданий используется статичный интервал шириной 4 п.п., а именно такие диапазоны, как: 1–5%, 6–10%, 11–15%, 16–20% и более 20%. Однако на основании проведённого анализа наиболее оптимальным представляется использование динамических интервалов с шириной от 2 до 4 п.п. Соответственно, оптимальные интервалы могут быть сформированы следующим образом: 1–3%, 4–6%, 7–10%, 11–15%, 16–20% и свыше 20%. Такой подход обеспечит более точное отражение распределения инфляционных ожиданий, адаптируя интервалы к изменяющимся экономическим условиям и снижая влияние статистических шумов.

В периоды низких инфляционных ожиданий целесообразно использовать интервалы шириной 2 п.п. для диапазонов 1–3% и 4–6%. С увеличением величины самих инфляционных ожиданий ширина интервала расширяется до 3 п.п., и сам интервал принимает значение 7–10%. Такое деление выглядит логичным, поскольку новые интервалы, в отличие от прежних, условно разделяют инфляционные ожидания на ожидания ниже целевого уровня инфляции (1–3%), ожидания около целевого уровня (4–6%) и ожидания выше целевого уровня (7–10%). Интервал 7–10% также охватывает ожидания, кратные 5% и 10%, что важно, поскольку респонденты зачастую округляют свои ответы, и данный интервал эффективно учитывает такие значения.

Для последующих интервалов инфляционных ожиданий (больше 10%), учитывая увеличение самих инфляционных ожиданий, оптимальной шириной является 4 п.п. Таким образом, интервалы выглядят следующим образом: 11–15% и 16–20%. Данные интервалы аналогичны существующим, используемым

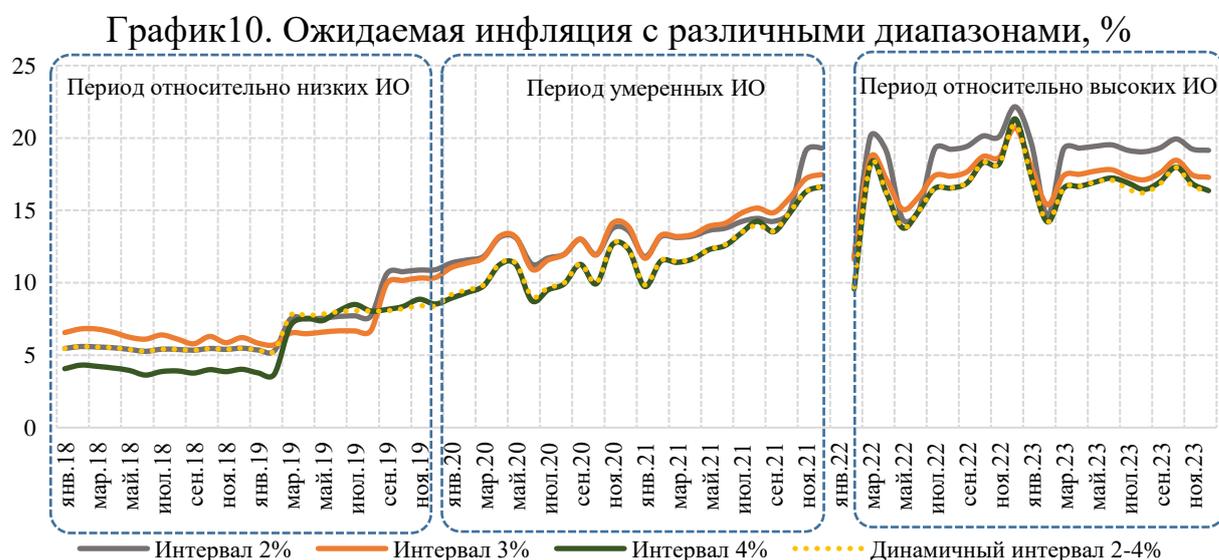
График 9 демонстрирует использование интервалов шириной 4 п.п., что позволяет сгладить распределение и выделить ключевые тенденции. Несмотря на наличие тех же пяти пиков, что и на графике 8, их контуры становятся шире и более плавными. Это позволяет уменьшить влияние случайных колебаний и сосредоточиться на основных тенденциях, что особенно важно в условиях высоких инфляционных ожиданий и неопределённости.

В результате, проведенный

в настоящее время для расчета медианных инфляционных ожиданий НБРК. В целом, использование динамических интервалов не должно привести к существенному пересмотру инфляционных ожиданий, поскольку с 2016 года большая их часть находится выше 10%. В этих диапазонах новые динамические интервалы совпадают со статичными и составляют 4 п.п.

Однако, как показали наши расчёты, в периоды низких инфляционных ожиданий необходимо использовать более узкие интервалы. В перспективе, по мере снижения инфляционных ожиданий, применение динамических узких интервалов для низких значений инфляционных ожиданий обеспечит более точные и устойчивые результаты с меньшей волатильностью по сравнению со статичным интервалом шириной 4 п.п.

График 10 отображает сравнение инфляционных ожиданий, рассчитанных с использованием интервалов различной ширины: 2 п.п., 3 п.п., 4 п.п., а также динамического интервала 2–4 п.п.



Источник: расчеты авторов

Использование интервалов 2 п.п., 3 п.п. и 4 п.п. показывает, что при изменении ширины результаты остаются относительно схожими, но с небольшими отличиями в сглаженности и чувствительности к резким изменениям. Динамический интервал 2–4 п.п. адаптируется к волатильности, демонстрируя высокую гибкость в условиях растущих инфляционных ожиданий, а во время низких инфляционных ожиданий динамический интервал 2–4 п.п. демонстрирует меньшую волатильность. Это происходит потому, что, как и в случае с широкими интервалами, он менее подвержен влиянию мелких отклонений. Однако, в отличие от интервала шириной 4 п.п., динамический интервал не занижает оценки инфляционных ожиданий, сохраняя более сбалансированную картину. Такая адаптивность особенно важна для корректного анализа в условиях стабильных и низких инфляционных ожиданий, где необходимо учитывать и небольшие колебания, но без значительных искажений.

6. ВЫВОДЫ

В рамках данной работы были определены оптимальные размер выборки и ширина интервалов для расчёта медианы инфляционных ожиданий на основе результатов опросов населения Казахстана. Согласно формулам Кохрана (3) и Словина (4), выборка в 1500 человек обеспечивает уровень погрешности около 2,5%. В статистических исследованиях уровень погрешности менее 5% считается приемлемым и обеспечивает достаточную точность результатов. Такой уровень погрешности означает, что вероятность того, что наблюдаемое различие с генеральной совокупностью является случайным, составляет 5%.

В этом контексте выборка в 1500 человек представляется оптимальной, поскольку она обеспечивает приемлемую точность с погрешностью 2,5%, не требуя при этом значительных затрат на проведение опросов. Увеличение выборки сверх указанного объёма действительно уменьшает уровень погрешности, однако темпы этого уменьшения становятся недостаточно значимыми для оправдания дополнительных расходов.

Что касается определения оптимальной ширины интервалов, то согласно формулам Фридмана-Диакониса (7) и методологии BSI (12), оптимальная ширина интервалов варьируется в зависимости от величины самих инфляционных ожиданий. Проведённый анализ показал, что оптимальная ширина интервала для используемых данных характеризуется динамичностью. Таким образом, во время низких инфляционных ожиданий предпочтительно использовать более узкие интервалы, а при высоких ожиданиях – более широкие.

Когда инфляционные ожидания низки, распределение ответов респондентов обычно более сконцентрировано, и вариативность данных меньше. Использование более узких интервалов позволяет более точно уловить небольшие различия в ожиданиях и предоставить детальное представление о распределении данных. Широкие интервалы при низкой вариативности могут привести к излишнему сглаживанию, скрывая важные особенности и тенденции в данных. Узкие интервалы позволяют сохранить детализацию и повысить чувствительность анализа к небольшим изменениям в инфляционных ожиданиях.

При высоких инфляционных ожиданиях ответы респондентов становятся более разбросанными, и вариативность данных увеличивается. Использование более широких интервалов помогает сгруппировать данные в более крупные категории, что снижает влияние случайных колебаний и статистического шума. Широкие интервалы при высокой вариативности обеспечивают более надёжные статистические оценки, поскольку каждое значение интервала содержит больше наблюдений. Это повышает устойчивость медианных и средних значений и снижает волатильность оценок.

В настоящее время Национальный банк использует статичную ширину интервалов в размере 4 п.п., то есть 1–5%, 6–10%, 11–15%, 16–20% и более

20%. Однако на основании проведённого анализа наиболее оптимальным представляется использование динамических интервалов с шириной от 2 до 4 п.п. Таким образом, результаты исследования указывают на то, что следующие динамические диапазоны являются более предпочтительными: 1–3%, 4–6%, 7–10%, 11–15%, 16–20% и более 20%.

Результаты данного исследования предоставляют практические рекомендации по совершенствованию методологии расчёта медианных инфляционных ожиданий в Казахстане. Применение предложенных динамических диапазонов способствует более точной оценке инфляционных ожиданий.

7. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Armantier, O., Topa, G., Van der Klaauw, W. and Zafar, B., 2017. The Survey of Consumer Expectations. *Federal Reserve Bank of New York Economic Policy Review*, 23(2), pp.51–72.
2. Berk, J.M., 1999. Measuring inflation expectations: A survey data approach. *Applied Economics*, 31(11), pp.1467–1480.
3. Bernanke, B.S., Laubach, T., Mishkin, F.S. and Posen, A.S., 1999. *Inflation Targeting: Lessons from the International Experience*. Princeton: Princeton University Press.
4. Bryan, M.F. and Palmqvist, S., 2005. Testing near-rationality using detailed survey data. *European Economic Review*, 49(2), pp.577–598.
5. Cavallo, A., Cruces, G. and Perez-Truglia, R., 2017. Inflation Expectations, Learning, and Supermarket Prices: Evidence from Survey Experiments. *American Economic Journal: Macroeconomics*, 9(3), pp.1–35.
6. Cochran, W.G., 1977. *Sampling Techniques*. 3rd ed. New York: John Wiley & Sons.
7. Curtin, R.T., 1996. *Procedure to Estimate Price Expectations*. Ann Arbor, MI: University of Michigan Survey Research Center.
8. Curtin, R.T., 2005. Inflation Expectations: Theoretical Models and Empirical Tests. Paper presented at the National Bank of Poland, Warsaw, December 2005.
9. D’Acunto, F., Hoang, D. and Weber, M., 2015. Inflation Expectations and Consumption Expenditure. *University of Chicago Booth School of Business Working Paper*.
10. D’Acunto, F., Malmendier, U., Ospina, J. and Weber, M., 2019. Exposure to Daily Price Changes and Inflation Expectations. *NBER Working Paper No. 26237*.
11. D’Acunto, F., Malmendier, U. and Weber, M., 2018. What Do the Data Tell Us About Inflation Expectations? *AEA Papers and Proceedings*, 108, pp.562–566.
12. Ehrmann, M., Pfajfar, D. and Santoro, E., 2017. Consumers’ Attitudes and Their Inflation Expectations. *International Journal of Central Banking*, 13(1), pp.225–259.
13. Engelberg, J., Manski, C.F. and Williams, J., 2009. Comparing the Point Predictions and Subjective Probability Distributions of Professional Forecasters. *Journal of Business & Economic Statistics*, 27(1), pp.30–41.
14. Freedman, D. and Diaconis, P., 1981. On the histogram as a density estimator: L2 theory. *Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und Verwandte Gebiete*, 57(4), pp.453–476.

15. Friedman, M., 1968. The role of monetary policy. *American Economic Review*, 58(1), pp.1–17.
16. IMF, 2023. *World Economic Outlook: Navigating Global Divergences*.
17. Jonung, L., 1981. Perceived and Expected Rates of Inflation in Sweden. *American Economic Review*, 71(5), pp.961–968.
18. Manski, C.F., 2004. Measuring Expectations. *Econometrica*, 72(5), pp.1329–1376.
19. Mishkin, F.S., 2007. Inflation Dynamics. *International Finance*, 10(3), pp.317–334.
20. Muth, J.F., 1961. Rational expectations and the theory of price movements. *Econometrica*, 29(3), pp.315–335.
21. Nardo, M., 2003. The Quantification of Qualitative Survey Data: A Critical Assessment. *Journal of Economic Surveys*, 17(5), pp.645–668.
22. Nathanael, V. and Wiederholt, M., 2019. Inflation Expectations and Choices of Households. *SAFE Working Paper Series 250*. Leibniz Institute for Financial Research SAFE.
23. Orphanides, A. and Williams, J.C., 2005. Inflation scares and forecast-based monetary policy. *Review of Economic Dynamics*, 8(2), pp.498–527.
24. Sahann, R., Möller, T., and Schmidt, J., 2023. Histogram binning revisited with a focus on human perception. *Scientific Reports*.
25. Scott, D.W., 1979. On optimal and data-based histograms. *Biometrika*, 66(3), pp.605-610.
26. Slovin, E., 1960. Slovin’s formula for sampling technique.
27. Smith, J. and McAleer, M., 1995. Alternative procedures for converting qualitative response data to quantitative expectations: An application to Australian manufacturing. *Journal of Applied Econometrics*, 10(2), pp.165–185.
28. Sturges, H.A., 1926. The choice of a class interval. *Journal of the American Statistical Association*, 21(153), pp.65-66.
29. Svensson, L.E.O., 1997. Inflation Forecast Targeting: Implementing and Monitoring Inflation Targets. *European Economic Review*, 41(6), pp.1111–1146.
30. Tao, J., Yucheng, L., Yongkang W., 2023. A new bin size index method for statistical analysis of multimodal datasets from materials characterization. *Scientific Reports*.
31. Weber, M., D’Acunto, F., Gorodnichenko, Y. and Coibion, O., 2022. The Subjective Inflation Expectations of Households and Firms: Measurement, Determinants, and Implications. *NBER Working Paper No. 30034*.

32. Woodford, M., 2003. *Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy*. Princeton: Princeton University Press.
33. Банк России, n.d. *Методика исследования инфляционных ожиданий и потребительских настроений населения*.